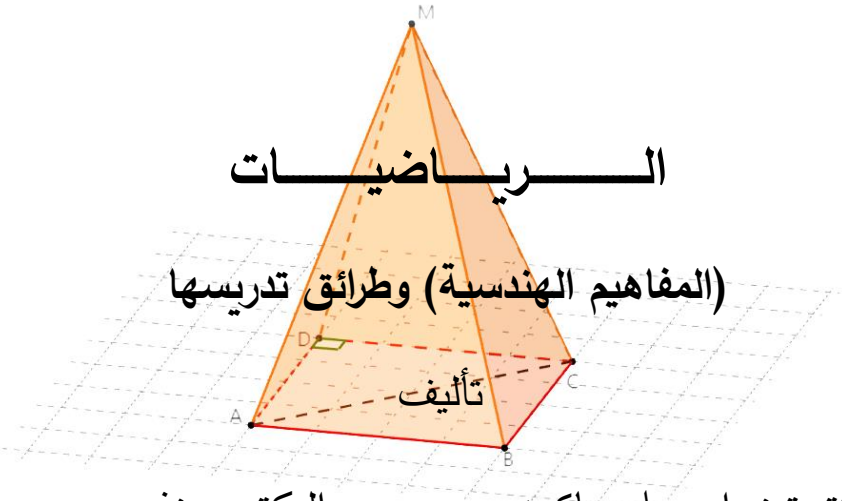
منشورات جامعة حماة

كلية التربية



الـــــــريـــــاضيـــــــات

(المفاهيم الهندسية) وطرائق تدريسها

تأليف

الدكتورة نورا سهيل حاكمه

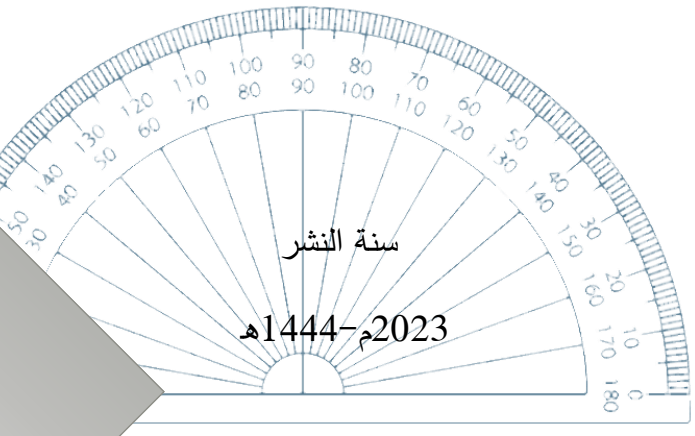
مدرس في قسم تربية الطفل

عميدة كلية التربية جامعة حماة

الدكتور منذر بوبو

أستاذ في قسم القياس والتقويم

عميد كلية التربية جامعة تشرين



سنة النشر

2023م-1444هـ

الـريـاضيـات (المفاهيم الهندسية) وطرائق تدريسها

منشورات جامعة حماة

كلية التربية

الـــــــريـــــاضيـــــات

(المفاهيم الهندسية) وطرائق تدريسها

تأليف

الدكتورة نورا سهيل حاكمه

مدرس في قسم تربية الطفل

عميدة كلية التربية جامعة حماة

الدكتور منذر بوبو

أستاذ في قسم التقويم والقياس

عميد كلية التربية جامعة تشرين

سنة النشر

2023م-1444هـ

فهرس المحتويات

العنوان	الصفحة
الفصل الأول **الهندسة طبيعتها وتطورها ومراحل تنميتها**	
1. طبيعة الهندسة وتطورها	**14**
1.1. الهندسة المبكرة	**14**
1.2. الهندسة المصرية	**15**
1.3. الهندسة البابلية	**15**
1.4. هندسة الهند الفيدية	**16**
1.5. الهندسة اليونانية	**16**
1.6. الهندسة في عصر النهضة الإسلامية	**21**
1.7. الهندسة في عصر النهضة الأوربية	**21**
2. تطور المعرفة الهندسية عند الطفل	**22**
2.1. بياجيه والتطور المعرفي	**22**
2.2. نمو المعرفة الهندسية لدى الطفل	**24**
2.3. مستويات فان هيلي	**27**
2.4. نظرية النموذج الأولي	**29**
الفصل الثاني **أهداف تدريس الهندسة وإستراتيجيّته**	
1. أهداف تدريس الهندسة	**36**
2. تدريس الهندسة	**38**
3. بنية كتاب الرياضيات	**39**
3.1. المفاهيم	**40**
3.2. التعميمات	**43**
3.3. مهارات رياضية	**47**
3.3.5. التفكير الرياضي	**54**
3.3.6. التواصل الرياضي	**57**

4. معايير طريقة التدريس	**80**
الفصل الثالث **المفاهيم الهندسية غير المعرفة/ الزوايا**	
1. فهم الهندسة	**84**
2. مفاهيم أساسية في الهندسة	**84**
3. الأوضاع المختلفة لمستقيمين	**85**
4. الزاوية	**86**
4.1. تعريف الزاوية	**86**
4.2. أنواع الزوايا	**86**
4.3. أوضاع الزوايا	**87**
4.4. قياس الزوايا	**88**
4.5. منصف الزاوية	**88**
5. محور قطعة مستقيمة	**88**
6. المستقيمات المتوازية والقواطع	**89**
الفصل الرابع **المثلث**	
1. تعريف المثلث	**92**
2. عناصر المثلث وأنواعه	**92**
3. الخطوط الأساسية في المثلث	**93**
3.1. الارتفاع في المثلث	**93**
3.2. المتوسط في المثلث	**93**
3.3. المنصف لزاوية في مثلث	**94**
3.4. المنصف الخارجي في مثلث	**95**
3.5 محور ضلع في مثلث	**95**
4. إنشاء المثلث	**95**
5. تطبيقات على المثلث القائم	**98**
6. حساب محيط المثلث ومساحته	**98**
7. نظرية تالس وعكسها	**99**

8. نظرية تالس في المثلث وعكسها	**100**
9. المثلثات المتطابقة والمثلثات المتشابهة	**100**
9.1. تعريف المثلثات المتطابقة	**100**
9.2. معايير تطابق المثلثات	**101**
9.3. تعريف المثلثان المتشابهان	**101**
9.4. خوارزمية كتابة نسب التشابه	**102**
9.5. معايير تشابه المثلثات	**102**
9.6. المبرهنة الأساسية في التشابه	**103**
الفصل الخامس **المضلعات الرباعية/ المضلعات المنتظمة**	
1. متوازي الأضلاع	**110**
2. المستطيل	**111**
3. المعين	**112**
4. المربع	**113**
5. شبه المنحرف	**113**
6. المضلع المنتظم	**114**
7. التحويلات الهندسية	**114**
7.1. الانسحاب	**114**
7.2. التناظر	**115**
الفصل السادس **الدائرة**	
1. تعريفات أساسية في الدائرة	**122**
2. الوضع النسبي لدائرتين	**123**
3. إنشاء الدائرة	**124**
4. الزاوية المركزية	**125**
5. الزاوية المحيطية	**126**

6. قانون محيط الدائرة ومساحتها	**127**
الفصل السابع **المجسمات**	
1. الموشور القائم	**130**
2. متوازي السطوح القائم	**130**
3. متوازي السطوح المستطيلات	**130**
4. الموشور المنتظم (المكعب)	**131**
5. الأسطوانة الدورانية	**131**
6. الهرم	**132**
7. الهرم المنتظم	**132**
8. رباعي الوجوه المنتظم	**132**
9. المخروط الدوراني القائم	**133**
10. الكرة	**133**
الفصل الثامن **القياس**	
1. فهم القياس	**138**
2. تدريس القياس	**138**
2.1. الوحدات المعيارية واللامعيارية	**139**
2.2. مراحل تدريس القياس	**139**
2.3. الإرشادات العامة حول تدريس القياس	**141**
3. أهداف تعليم القياس	**142**
4. النظام المتري	**143**
4.1. وحدات الأطوال	**143**
4.2. وحدات المساحة	**143**
4.3. وحدات الحجم	**144**
4.4. وحدات الكتلة	**145**
5. تعليم مفهوم المساحة	**146**
المراجع العربية والأجنبية	**149**

مفردات مقرر الرياضيات (مفاهيم هندسية) وطرائق تدريسها

المعلومات الأساسية:

القسم	تربية الطفل(معلم صف)		
اسم المقرر أو العنوان	الرياضيات (مفاهيم هندسية) وطرائق تدريسها		
السنة الدراسية أو المستوى	س3		
تصنيف المقرر بالنسبة للبرامج	أساسي.....نعم.....	ثانوي.....	
توزيع الساعات أسبوعياً	نظري2	عملي....	حلقة بحث...
الدرجة العظمى وتوزيعها	نظري70	عملي30	حلقة بحث...

مفردات المقرر:

الموضوع	أساليب التدريس
الهندسة طبيعتها وتطورها	محاضرة
أهداف تدريس الهندسة	طريقة حوارية
استراتيجيات التدريس	مناقشة
المفاهيم الهندسية عبر المعرفة	مجموعات تعاونية
الزوايا	مجموعات تعاونية
المثلث	حل مشكلات
المستقيمات المتوازية والقواطع	مناقشة
المضلعات الرباعية الخاصة	الاستدلال المنطقي
المضلعات والمضلعات المنتظمة(المثلث +المربع)	الاستدلال المنطقي
المضلعات والمضلعات المنتظمة(المسدس +المربع)	الاستدلال المنطقي
الدائرة	الاستدلال المنطقي

مقدمة الكتاب

إن لتطوير أســـاليب التعليم، وطرائق التدريس، أهمية كبرى؛ نظراً إلى الدور الذي تؤديه في بناء إنسـان المسـتقبل وإعداد جيل الغد. ويعد التعلم المتمركز حول المتعلم المبدأ التعليمي والفلسفي الذي تنضوي تحته أغلب إستراتيجيات تعليم الرياضيات وتعلمها، والذي يؤكد بناء المتعلم لمعرفته بنفسـه، وليس بما يقدمه له المعلم، وأن يكون تعلم الرياضـيات قائماً على الفهم ذي المعنى؛ الذي يفسر ما يحدث ويتنبأ به، بالإضافة إلى الاستخدام النشط للمعرفة ومهارات التفكير والتأمل والإبداع، وليس الحفظ الصـــم للحقائق والمفاهيم والمبادئ الرياضـــية، ويتطلب معلماً يعي أن دوره لم يعد تزويد الطلاب بالكم الكبير من المعارف الموجودة في كتاب الرياضيات، بل تهيئة الفرص المناسبة لمساعدة الطلاب على اكتساب مهارات التعلم والتفكير، وتوظيف ما اكتسـبوه من معارف ومهارات واتجاهات في حل ما يقابلهم من مشكلات؛ مع القدرة على التعلم المستمر مدى الحياة.

ويأتي هذا الكتاب ليؤكد ذلك، وليعمق قدرات طالب معلم الصـــف كلية التربية على تنمية مهارته في التعامل مع المفاهيم الهندسـية وكيفية تدريسـها، وذلك من خلال تقديم تمهيد عن تطور الهندسـة من خلال العصـور، وآلية تطوير المعرفة الهندسـية لدى الأطفال، وتوضـيح بنية كتاب الرياضـيات والمهارات التي يقوم على تنميتها، إلى جانب توضـيح إسـتراتيجيات الرياضية التي أثبتت الدراسات السابقة فاعليتها.

ومن ثم تم توضـيح جميع المفاهيم الهندسـية اللازمة لمتعلمي الحلقة الأولى وفق ما حددته المعايير الوطنية الســـورية للتعليم ما قبل الجامعي والكتب الرســـمية، من خلال المفاهيم الأسـاسـية للهندسـة والزوايا والأشـكال الرباعية والإنشـاءات الهندسـية المختلفة، بالإضـافة لبعض التعميمات الهندسية الشـهيرة، استعراض لأنواع المجسمات، ومفاهيم القياس وطرائق تدريسها.

تمَّ إرفاق كل فصـــل ببعض المســـائل والتمرينات التي تقوم اكتســـاب المعارف والمهارات الواردة.

إن هذا الكتاب محاولة جادة تضـــع بين يديّ القارئ ما يحتاج إليه حقاً، نســـأل الله التوفيق والرضـــا، ونهدي الكتاب إلى كل من يرغب باللحاق بالركب العلمي العالمي آملين أن يكون مرجعاً مفيداً لكل المهتمين.

المؤلفان

الفصل الأول

الهندسة طبيعتها وتطورها

ومراحل تنميتها

أهداف الفصل الأول:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

- يتعرف مراحل تطور علم الهندسة عبر العصور الزمنية.
- يتعرف مراحل تطور المعرفة عند الطفل.
- يدرك مستويات فان هيل الهندسية.
- يتمكن من نظريه النموذج الأولي.
- يقارن بين نظريات المفسرة لنمو المعرفي الهندسة عند الطفل.

1. طبيعة الهندسة وتطورها:

تتكون كلمة الهندسة (Geometry) اليونانية الأصل من قسمين، الأول (Geo) أي الأرض، والثاني (metry) أي القياس، مِن ثَمّ يصبح معناها (قياس الأرض)، وقد نشأت الهندسة بوصفها حقلاً للتعامل المعرفي مع العلاقات المكانية، وكانت أحد حقلي رياضيات ما قبل العصر الحديث، وقد شمل الحقل الآخر دراسة الأرقام (لحساب).

ويغلب على علم الهندسة الصفة التطبيقية التي تقيدها بحدود الزمان والمكان، والهدف الرئيسي من تعلم الهندسة هو تنمية التفكير المنطقي والمهارات التطبيقية، إضافة إلى أن الهندسة أداة مهمة لنمو الحدس وإمكانية التنبؤ عند الطفل؛ مما يساعد على تطوير الخيال الرياضي لديه. ويشغل كل كائن هندسي حيزاً مكانياً له ثلاثة أبعاد، وتستلزم معرفته إدراك علاقات هذه الأبعاد فيما بينها، لذلك يحتاج الفرد إلى ما يسمى "القدرة المكانية" المادية للأشياء التي تساعده على تكوين الصورة العقلية لها والتعامل السليم معها.

الهندسة هي الفرع الأساسي من الرياضيات الذي يبحث في خواص الأشكال الهندسية في المستوي والمجسمات في الفراغ والعلاقات فيما بينها. ومن خلال بعض المسلمات والبديهيات والحقائق والنظريات الهندسية يعرف سيدهو (Sidhu, 1979) الهندسة بأنها "**العلم الذي يبحث في المساحة والحجم، فهي تعالج موضع الأجسام وشكلها وحجمها، لكنها لا تتعرض لطبيع مادة هذه الأجسام، أو خواصها الفيزيائية، أو بأنها العلم الذي يعالج شكل هذه الأشكال وحجمها وموضعها ببرهان بحت مبني على التعريفات والمسلمات والفروض والحقائق الهندسية**".

1.2. الهندسة المبكرة:

لقد كانت الجذور الأولى للرياضيات عملية نتيجة للحاجات الأولية المباشرة للإنسان، مما أدى إلى اكتشاف بعض الحقائق الهندسية على أساس عملي، قبل أن يكون لها براهين منطقية، وتبدأ الهندسة بالحالات الحسية، ثم تنتقل إلى الحالات التجريدية، وبالعكس، فالفكر الهندسي المجرد، سرعان ما يحول الاكتشافات الجديدة إلى معطيات شبه حسية أو حسية بوساطة التمثيل الهندسي الذي يعمق فهم المسائل الهندسية المطروحة.

ويمكن إرجاع أقدم البدايات المسجلة للهندسة إلى الشعوب المبكرة، الذين اكتشفوا المثلثات المنفرجة في وادي السند القديم (رياضيات هارابان)، وبابل القديمة (الرياضيات البابلية)، من نحو 3000 قبل الميلاد، وكانت الهندسة المبكرة مجموعة من المبادئ، اكتشفت تجريبياً بشأن الأطوال والزوايا والمناطق، والتي تم تطويرها لتلبية بعض الحاجة العملية في المسح، والبناء، وعلم الفلك، والحرف المختلفة. كان من بين هذه المبادئ بعض المبادئ المعقدة بشكل مدهش، وقد يكون من الصعب على عالم الرياضيات الحديث استنباط بعضها دون استخدام حساب التفاضل والتكامل والجبر. على سبيل المثال، فإن كلا من المصريين والبابليين وقفوا على علم إصدارات نظرية فيثاغورس بنحو 1500 سنة قبل فيثاغورس والهندي Sulba سوترا نحو 800 قبل الميلاد الواردة في البيانات الأولى للنظرية. كان لدى المصريين صيغة صحيحة لحجم فجوة الهرم المربع.

1.3. الهندسة المصرية:

نشأت الهندسة عن حاجة قدماء المصريين إلى مسح الأراضي الغائبة المعالم، للتمكن بإنصاف من توزيع مساحاتها الخصبة المغطاة بالوحل الذي يتركه الفيضان السنوي لنهر النيل، ويتضح ذلك من الأعمال الهندسية والمعمارية التي اشتهر بها قدماء المصريين التي تبين معرفتهم بكثير من الأصول الهندسية، فقد تمكنوا من مسح الأرض الزراعية وتقسيمها إلى أحواض، وحفروا الأنفاق والمناجم بزوايا مناسبة.

عرف المصريون القدماء أنهم يستطيعون تقريب مساحة الدائرة على النحو الآتي:

$$s \approx \left[(2r) \times \frac{8}{9}\right]^2$$

تستخدم بردية أحمس (Ahmes) هذه الطرق لحساب مساحة الدائرة في المسألة 30، وفقاً لقاعدة المساحة هذه، فإن π تساوي $\left[2 \times \frac{8}{9}\right]^2$ أو (… 3.160493)، مع وجود خطأ يزيد قليلاً عن 0.63 ، عَرف أحمس 22/7 تقريباً للعدد π.

1.4. الهندسة البابلية:

كان النظام السائد في بلاد الرافدين كلها هو النظام الستيني، سواء في الحساب أم في أنظمة قياس الزمن أم المكاييل والموازيين. فقسمت السنة إلى عشرة شهوراً واليوم إلى أربع وعشرين

ساعة، وهو النظام المعمول به حتى اليوم. وعرف البابليون فكرة المربع والمكعب، وتمكنوا من حساب مساحة الدائرة ومحيطها.

ربما عرف البابليون القواعد الأساسية لحساب المساحات والأحجام؛ إذ قاسوا محيط الدائرة بمضاعفة القطر 3 مرات، والحجم بأنه يساوي واحد على اثني عشر من مربع المحيط وهو ما قد يكون صحيحاً بفرض أن$\pi = 3$، ويُحتسب حجم الأسطوانة بوصفه ناتج من القاعدة والارتفاع، ومع ذلك فقد احتُسب خطأً حجم المخروط الناقص أو الهرم المربع ناتجًا للارتفاع ونصف القاعدة.

كانت مبرهنة فيثاغورس معروفة أيضًا للبابليين، واكتُشف حديثاً لوح طيني استخدم قيمة π =3 و$\frac{1}{8}$، وعرف البابليون أيضًا وحدة قياس سُميت الميل البابلي، الذي كان مقياسًا للمسافة يساوي نحو 7 أميال حديثة، تحول هذا القياس للمسافات بعد ذلك إلى ميل زمني يستخدم لقياس انتقال الشمس، ومن ثم يمثل الوقت.

وأظهرت اكتشافات حديثة أن البابليين القدماء ربما اكتشفوا الهندسة الفلكية قبل 1400 سنة من اكتشاف الأوربّيين لها.

1.5. هندسة الهند الفيدية:

استخدم الهنود في المرحلة الفيدية الهندسة التقليدية، خاصةً لبناء مذابح متقنة. تضمنت نصوص الألفية الأولى قبل الميلاد كتاب شاتاباثا براهمانا وكتاب سولباسوتراس الذي يتضمن أول تعبير لفظي لمفهوم نظرية فيثاغورس في العالم، رغم أنها كانت معروفة للبابليين.

تتضمن هذه الكتب تطبيقات لقانون فيثاغورس، وهي حالات مخصصة لمعادلات ديوفانتين، وتتضمن أيضًا معلومات عن تربيع الدائرة وتدوير المربع.

1.6. الهندسة اليونانية: وتقسم إلى مرحلتين أساسيتين:

أولاً: الهندسة اليونانية الكلاسيكية:

كانت الهندسة جوهرة تاج علوم علماء الرياضيات اليونانيين القدماء، ووصلت إلى الكمال في المنهجية التي لم يصل إليها أي فرع آخر من معارفهم .قاموا بتوسيع نطاق الهندسة إلى العديد من الأنواع الجديدة من الأشكال والمنحنيات والأسطح والمواد الصلبة؛ غيروا منهجيّة هذا العلم من التجربة والخطأ إلى الاستنتاج المنطقي؛ لقد أدركوا أن الهندسة تدرس" الأشكال

الأبدية"، أو التجريدات، التي تكون الأشياء المادية مجرد تقريبية؛ وقد طوروا فكرة" الطريقة البديهية "التي لا تزال مستخدمة حتى اليوم.

تالس (طاليس) (نحو 546–624 ق.م.): أول من يُنسب إليه الاستنتاج في الرياضيات، وذلك باشتقاقه أربع بديهيات لمبرهنة تالس، وهو أول شخص معروف ينسب إليه اكتشاف رياضي.

فيثاغورس (نحو 495 –570 ق. م.) قد يكون طالب تالس، وسافر إلى بابل ومصر، ربما لم تكن النظرية التي تحمل اسمه هي اكتشافه، لكنه ربما كان من أوائل الذين قدموا دليلًا استنتاجيًا على ذلك. لقد جمع مجموعة من الطلاب حوله لدراسة الرياضيات والموسيقى والفلسفة، واكتشفوا معًا معظم ما يتعلمه طلاب المدارس الثانوية اليوم في دورات الهندسة الخاصة بهم، وكان فيثاغورث أول من بحث في مبادئ بناء علم الهندسة النظرية بشكل منظم، وهو أول من رتب النظريات الهندسية الأساسية ترتيباً منطقياً منظماً، وأول من استخدم المنطق في البرهان الهندسي، وأول من أدخل الهندسة في التعليم، وقد انفصلت الهندسة في عهده عن الهندسة العملية.

أفلاطون (نحو 347–427 ق. م.) هو فيلسوفيحظى بتقدير كبير من قبل الإغريق .هناك عبارة كتبها فوق مدخل مدرسته الشهيرة"هي: لا يدخل هنا أحد جاهل بالهندسة ."ومع ذلك على الرغم من أنه لم يكن متخصصًا في الرياضيات، إلا أنّ آراءه في الرياضيات كان لها تأثير كبير. اعتقاده بأن الهندسة يجب ألا تستخدم أي أدوات سوى البوصلة والموازنة، وألا تستخدم أدوات القياس مثل المسطرة أو المنقلة، لأن هذه كانت أدوات العامل، ولا تستحق الباحث. أدى هذا القول المأثور إلى دراسة عميقة للهياكل المحتملة للبوصلة والمسطرة، وثلاث مشاكل بناء كلاسيكية :كيفية استخدام هذه الأدوات لتقسيم الزاوية، وإنشاء مكعب ضعف حجم مكعب معين، وإنشاء مربع مساوٍ لمساحة دائرة معينة.

أدت البراهين على استحالة هذه الإنشاءات، التي تحققت أخيرًا في القرن التاسع عشر، إلى مبادئ مهمة تتعلق بالبنية العميقة لنظام الأرقام الحقيقية .

أرسطو (نحو 223– 483 ق. م.): كتب أطروحة حول طرق التفكير المستخدمة في البراهين الاستنتاجية، والتي لم يتم تحسينها بشكل كبير حتى القرن التاسع عشر.

ثانياً: الهندسة الهلنستية:

ومن أهم رواد هذه المرحلة:

إقليدس (نحو 265–325 ق.م.) ربما كان طالبًا في الأكاديمية التي أسسها أفلاطون، حقق إقليدس الترابط والتناسق المفقود للهندسة من خلال وضع أول نظام رياضي منطقي في تاريخ العلم، وكانت أعماله فيها تجميعاً لجهوده وجهود من سبقوه، ونظم كل ذلك في تناسق وتآلف وتتابع منطقي، منطلقاً من مجموعة مبادئ عامة وبديهيات ومسلمات واضحة، وكانت تستند كل خاصية على الأخرى بشكل منطقي يتوافق مع فلسفة أفلاطون وأرسطو ومنطقها. ومن خلال ذلك فقد تمكن إقليدس من جمع كل النظريات المتعلقة بالهندسة (نحو 365 مبرهنة) في بناء متكامل وضعه في كتابه الشهير الذي يدعى الأصول (The Elements)، فكان هذا الكتاب من أهم الأعمال في هذا المجال، ويعد المرجع الأساسي في تدريس الهندسة المستوية المدرسية والجامعية حتى عصرنا الحاضر.

كتاب العناصر هو عمل هائل جمع المعلومات الهندسية الموجودة في زمانه بين ضفتي كتاب مع تقديم البراهين عليها. وحاول إقليدس ان يكون متجرداً وموضوعياً فأفرد في مقدمة كتابه المبادئ الأساسية التي تقوم عليها هندسته، واستطاع أن يحدد33 نقطة هي حروف الهجاء التي تقوم عليها لغة الرياضيات كلها؛ فقد حدد إقليدس أول 23 تعريفاً للمفاهيم الأساسية التي تتعامل معها هندسته، ثم قدم 5 بديهيات و 5 مسلمات.

أما لغة إقليدس فينبغي أن نلاحظ أن مصطلح خط لا يعنى عنده خطاً مستقيماً بالضرورة، فالخط قد يكون منحنياً أو قد يكون مستقيماً، وإذا أردنا الإشارة إلى خط مستقيم فلا بد أن نستخدم صفة الاستقامة، وكذلك الحالة بالنسبة للأسطح، فالسطح هو شكل ثنائي الأبعاد، ولكنه قد يكون مستوياً أو منحنياً فاذا أردناه مستوياً فلابد أن نستخدم كلمة مستوٍ وكذلك يجب أن ننتبه إلى أن إقليدس عندما كان يذكر خطاً مستقيماً كان يعنى قطعة مستقيمة محدودة الطول، إلى عكس العرف الرياضي الساري اليوم من أن الخط المستقيم ممتد ولانهائي لا نهاية له، وكذلك الحال بالنسبة للسطح فأجسام إقليدس لم تعرف اللانهاية.

أما البديهيات فهي أشياء صحيحة بالبديهة ونقوم بالتسليم بصحتها كما هي من دون نقاش، أما المسلمات فهي أيضا أشياء نسلم بصحتها بالسليقة من دون إقامة البرهان على صحتها،

والفارق بين المسلمات والبديهيات أن الشكوك التي قد تحوم حول المسلمات مسّوغة أكثر من التي قد تقوم حول البديهيات، بمعنى أن التشكيك في البديهيات أصعب من التشكيك في المسلمات.

تعريفات إقليدس يمكن توضيحها وفق الآتي:

- النقطة هي مالا جزء له.
- الخط هو طول بلا عرض.
- نهايتا الخط هما نقطتان.
- المستقيم هو خط يتطابق مع استواء النقاط التي تقع فوقه.
- السطح هو ما له طول وعرض فقط.
- حواف السطح هي دائما خطوط.
- المستوى هو سطح يتطابق مع استواء الخطوط المستقيمة التي تقع فوقه.
- الزاوية المستوية هي الميل بين خطين يلتقيان في مستوى ولا يواصلان امتدادهما.
- إذا كان خطا الزاوية مستقيمين سميت الزاوية مستقيمة الخطوط.
- إذا قابل مستقيم آخر وبحيث صنع زاويتين متجاورتين متساويتين سميت الزاويتان قائمتين، وسمى المستقيم عمودياً على الآخر.
- الزاوية المنفرجة أكبر من القائمة.
- الزاوية الحادة أصغر من القائمة.
- الحد هو ذلك حيث ينتهي شيء.
- الشكل هو ذلك المحصور بين حدوده.
- الدائرة هي شكل مستوٍ حدها خط وبحيث تكون المسافة بين نقطة ما داخل الدائرة وأي نقطة على الحد متساوية.
- مركز الدائرة هو النقطة في منتصف الدائرة السابق ذكرها.
- قطر الدائرة هو قطعة مستقيمة تمر بمركز الدائرة وينتهى طرفاها على محيط الدائرة، ويقسم القطر الدائرة إلى نصفين متساويين.

- نصف الدائرة هو الشكل المحصور بين قطر الدائرة وقوس الدائرة المقطوع بوساطة هذا القطر.
- متعدد الأضلاع هو الشكل الذي حدوده خطوط مستقيمة، فثلاثي الأضلاع يتكون من 3أضلاع، ورباعي الأضلاع يتكون من 4 أضلاع، ومتعدد الأضلاع يتكون من عدد غير معين من الأضلاع.
- فيما يخصّ ثلاثي الأضلاع؛ يسمى مثلث متساوي الأضلاع إذا كان طول كل أضلاعه متساوياً؛ ويسمى متساوي الساقين إذا كان ضلعان منه فقط متساويين ويسمى غير متساوي الأضلاع إذا كانت كل أضلاعه مختلفة في الطول.
- فيما يخصّ ثلاثي الأضلاع؛ يسمى مثلثاً قائماً إذا كانت إحدى زواياه قائمة، ويسمى مثلثاً منفرجاً إذا كانت إحدى زواياه منفرجة ويسمى مثلثاً حاداً إذا كانت كل زواياه حادة.
- فيما يخصّ رباعيّ الأضلاع يسمى مربعاً إذا كانت كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قائمة، ويسمى مستطيلاً إذا كانت كل زواياه قائمة، ولكن ليست كل أضلاعه متساوية، ويسمى معيناً إذا كانت كل أضلاعه متساوية، ولكن زواياه ليست قائمة، ويسمى متوازي أضلاع إذا كان كلُّ ضلعين متقابلين متساويين، وكانت كل زاويتين متقابلتين متساويتين، أما باقي الأشكال الأخرى فتسمى منحرفة.
- المتوازيان هما مستقيمان يقعان في المستوى نفسه، ومهما مددناهما من كلا طرفيهما فهما لا يلتقيان.

أما البديهيات الخمس فهي:

- الأشياء المساوية لغيرها متساوية فيما بينها
- إذا أضفنا كميات متساوية إلى أخرى متساوية تكون النتيجة متساوية
- إذا طرحنا كميات متساوية من أخرى متساوية تكون النتيجة متساوية
- الأشياء المتطابقة متساوية
- الكل أكبر من الجزء

أما المسلمات الخمس فهي:

1. بين كل نقطتين مختلفتين يمكننا توصيل خط مستقيم– وحيد–

2. يمكننا مد أي قطعة مستقيمة من كلا طرفيها إلى مالا نهاية
3. يمكننا رسم أي دائرة إذا علمنا مركزها ونصف قطرها
4. الزوايا القائمة جميعها متساوية
5. إذا قطع مستقيمان مستقيماً ثالثاً وبحيث يكون مجموع الزاويتين الداخليتين والواقعتين في جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين، فإن المستقيمين سيلتقيان إذا مددناهما على هذه الجهة نفسها

شكك بعضهم في أن المسلمة الخامسة تقبل دون برهان، ويرى أنها لا تمتلك الوضوح الذي تمتلكه بقية المسلمات الأربع السابقة، واستمرت المحاولات في تقديم برهان لها، حتى أثبت العالم الروسي لوبتشافسكي في بداية القرن التاسع عشر أنه من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيمين موازيين له، وسميت هذه الهندسة بالهندسة الناقصية أو السرجيّة، كما قام العالم الرياضي ريمان بتقديم ما يسمى بالهندسة الكروية، حيث تصاغ المسلمة الخامسة فيها بأنه من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم مستقيم موازٍ له.

1.7. الهندسة في عصر النهضة الإسلامية:

وضع الخوارزمي عالم الرياضيات كتابه الجبر والمقابلة، وتناول الكتاب الحسابات وطرقها ابتداء من حساب محيط الكرة الأرضية وقطرها، وخطوط الطول والعرض في البلدان، إلى مساحات البلدان والمدن والمسافات بينها، ثم مساحات الشوارع والأنهار إلى مساحات المناطق والبيوت.

وكان علماء الرياضيات المسلمون قد بحثوا في مختلف جوانب علوم الحساب والهندسة والأعداد جمعا وتفريقا وتضعيفا وضربا وقسمة، وتوصلوا إلى كيفية إخراج الجذور في الأعداد الصحيحة وغير الصحيحة، وبينوا الكسور وصورها وطرق جمعها وتفريقها وضربها وقسمتها، واستخراج جذور الكسور التربيعية والتكعيبية، والضرب والقسمة باستخدام الهندسة، وحلوا مسائل العدد، وبيّنوا خصائصه وتطبيقاته في المعاملات.

1.8. الهندسة في عصر النهضة الأوربية:

خلال عصر النهضة، تقدمت العلوم تقدمًا كبيرًا في مجالات الفلك والجغرافيا والكيمياء والفيزياء والرياضيات والتصنيع والهندسة، تم تسريع إعادة اكتشاف النصوص العلمية القديمة

بعد سقوط القسطنطينية عام1453 ، واختراع الطباعة التي كان من شأنها نشر التعليم والسماح بانتشار أسرع للأفكار الجديدة.

ثم جاء العصر الحديث والذي تميز بسرعة انتشار المعرفة وتطورها وبالطبع كان للهندسة نصيب كبير في هذا التطوير، والتي لها تطبيقات يومية في العديد من المجالات، ولذلك كان من الضروري الاهتمام بتنمية هذه العلوم لدى النشء الجديد ليواكب عملية التطوير هذه.

وحتى تكون هذه العملية دقيقة وتتم بشكل صحيح لا بد من الوقوف على عملية تطوير المفاهيم الهندسية في ذهن الفرد وفقاً لنموه العقلي ويعد بياجيه من أبرز علماء العصر الحديث الذين قدموا نظرية نفسية لمراحل نمو الفكر الهندسي ويمكن توضيحه من خلال ما يأتي:

2. تطور المعرفة الهندسية عند الطفل:

2.1. بياجيه والتطور المعرفي:

تم بناء المناهج في الجمهورية العربية السورية استناداً إلى نظريات النمو المعرفي، التي تؤكد أن المتعلم هو المحور الأساسي في العملية التعليمة، إذ تغيرت النظرة إلى دوره، من متلقٍّ للمعلومات واستظهارها، إلى المشاركة النشطة في اكتساب المعرفة واكتشافها، وأصبح ينظر للعملية التربوية على أنها عملية نمو ذاتي مستمرة تشكل اكتساب المعرفة إحدى جوانبها، وحتى تحقق العملية التعليمية أهدافها بفعالية، فيجب قبل البدء بالتعليم التعرف على خصائص المتعلمين وعلى استعداداتهم وحاجاتهم، فقدرات المتعلم تنمو من خلال تفاعله مع البيئة التعليمية المناسبة للتعلم وتتطوّر كذلك، إذ أن مراحل النمو العقلي أو التطور المعرفي فيها تمر بعدة مراحل تتميز كل مرحلة من الأخرى بنوعية التطور المعرفي فيها، وتعد نظرية بياجيه من أهم النظريات التي بينت هذه المراحل وخصائصها.

تعد نظرية بياجيه من أبرز النظريات التي تعرضت لمراحل التطور المعرفي عند الأطفال، إذ يؤكد بياجيه أن التطور المعرفي للطفل يحصل بوصفه نتيجة حتمية لتفاعله مع بيئته. ويكتسب الطفل من خلال هذا التفاعل أنماط جديدة من التفكير، يضيفها إلى بنائه المعرفي. ويفسر بياجيه النمو المعرفي عند الأطفال من خلال عمليتين أساسيتين هما:

أ. الاستيعاب: ويتم من خلالها فهم الأشياء المحيطة واستعيابها، وبعدها يكوّن الطفل نموذجاً أو نمطاً في ذهنه ثم يدمجها أو يحتويها في بنائه المعرفي.

ب. التكيف: في هذه العملية يكيف الطفل أو يطور البناء المعرفي الموجود لديه حسب الخبرات التي يمر بها، فمثلاً عن طريق الفهم والاستيعاب يكون الطفل صورة للأعداد الطبيعية، ويعدل هذه الصورة عندما يمر بخبرات تتعلق بالأعداد الصحيحة.

فالتطور المعرفي هو تطور نوعي في أساليب التفكير يمر بمراحل ثابتة متتابعة تتميز في خصائصها ونوعية التفكير، ولقد حدد بياجيه هذه المراحل كالآتي:

1. المرحلة الحسية الحركية:

تمتد هذه المرحلة من الميلاد حتى سن سنتين، وهي مرحلة ما قبل اللفظية وقبل الرمزية، أي إن الطفل لا يقد على التعبير بالألفاظ والرموز. وتتصف الأفعال التي يقوم بها الطفل في بداية هذه المرحلة بأنها غير متسقة وغير مترابطة، ثم تصبح أكثر اتساقاً، فتراه ينظر إلى الشيء ويمعن النظر فيه ويتحرك نحوه. كما يلاحظ على الطفل القيام ببعض الأفعال المنعكسة، مثل عملية الضحك عند وضعه على أرجوحته الخاصة. وتتكون لديه بعض العادات، مثل وضع أي شيء يمسكه في فمه، كما يقوم ببعض الأفعال التي تدل على الذكاء، وتكون هذه الأفعال ذات هدف محدد، وتتحقق من خلال آلية تفكيره.

2. مرحلة ما قبل العمليات:

تمتد من سن سنتين إلى سن السابعة تقريباً، وتتميز هذه المرحلة باستخدام الأطفال بعض الكلمات لتمثيل الأشياء في البيئة التي يعيشون فيها، وتوصف هذه المرحلة بأنها مرحلة التمثيل والرمزية؛ إذ يصبح الطفل قادراً على أن يتعامل بطريقة غير مباشرة مع بيئته ويستطيع المقارنة بين الأشياء في المجال الخارجي، ولكن لا يستند في مقارنته على عمليات عقلية داخلية، ويقوم بعمليات التصنيف الأولية البسيطة على أساس الخاصية واحدة كالحجم مثلاً. ويتصف منطق الأطفال بأنه نصفي وباتجاه واحد، ويعتمد بدرجة كبيرة على المدركات الحسية؛ مما يترتب عليه تكوين بعض الصور الخاطئة، وخاصة ما يتعلق بالعدد والحجم والوزن نتيجة لعدم وعي الأطفال لخاصتي قابلية الانعكاس وثبات الخصائص.

3. مرحلة العمليات المادية:

تمتد هذه المرحلة من سن السابعة إلى سن الثانية عشر، فهي تمثل أعمار الأطفال في مرحلة التعليم الأساسي حلقة أولى، وتفكير الأطفال يكون مرتبطاً بهذه المرحلة بصورة غير مباشرة مع البيئة.

وأهم ما تتميز به هذه المرحلة هو بداية ظهور التفكير المنطقي الرياضي عند الأطفال، كما يتسم تفكير الأطفال بأنه تفكير في العمليات المادية، ففي البداية يعتمد التفكير جزئياً على التعامل مع الأشياء الحسية، كما يتكون مفهوم الثبات أو عدم التغيرات التي تطرأ على شكل المادة، فهي عنده تغيرات شكلية وليست جوهرية، ويتكون مفهوم ثبات الوزن عند الأطفال في سن التاسعة، أما ثبات الحجم فيتكون في سن الحادية عشرة. ويصبح بمقدور الطفل التمييز بين مفهوم العدد الكلي ومفهوم العدد الترتيبي، وتنمو قدرته على التصنيف بين الأشياء على أساس خاصيتين، وتتكون لديه مفاهيم تتعلق بالأعداد، والعمليات الأساسية للمجموعات، وبالهندسة الإقليدية.

4. **مرحلة العمليات المجردة:**

وتبدأ من سن الثانية عشرة، ويتسم تفكير الطفل في هذه المرحلة بأنه تفكير منطقي يستند على وضع الافتراضات، ويستطيع الطفل أن يفسر النتائج التي يتوصل إليها، ويتعامل مع اللغة المجردة للمعرفة الرياضية، أي إن عمليات التفكير عند الأطفال لا ترتبط بالمحسوسات في هذه لمرحلة.

وتسلسل هذه المراحل ثابت لجميع الأطفال، أما العمر الذي يبلغه الأطفال في كل مرحلة فغير ثابت، لأن التطور المعرفي للطفل يتأثر بأربعة عوامل هي: النضج، والخبرة الشخصية، وعامل ثقافي اجتماعي، وعامل الاتزان.

2.2. نمو المعرفة الهندسية لدى الطفل (المفاهيم المتصلة بالمكان):

يرى بياجيه أن استكشاف الكيفية التي يرى بها الطفل العلاقات المكانية ليس أقل أهمية من استقصاء مفاهيم العدد عند الطفل. وهذه العلاقات المكانية هي ما يطلق عليها الهندسة العفوية أو التلقائية الخاصة بالطفل. الهندسة هي أحد فروع الرياضيات الذي تكون دراسة وضع الأشياء في الفراغ أو موقعها أو مكانها أحد اهتماماته. وعلى الرغم من وجود هندسات متعددة إلا أن أكثرها ارتباطاً بخبرات الأطفال هي الطوبولوجية والهندسة الإقليدية. وعندما يتم تقديم الهندسة للأطفال فإننا نبدأ عادة بالهندسة الإقليدية التي تتناول الخطوط، والمثلثات، والمربعات، والدوائر. وهذا الأمر يحاكي الكيفية التي تطورت بها الهندسة من الناحية التاريخية. وبناء على ذلك، فإن الهندسة التي تقدم للأطفال عادة ما تتضمن أنشطة مثل:

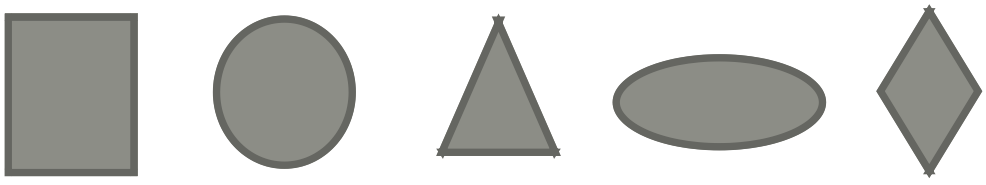
توصيل نقاط لتشكيل خطوط مستقيمة وتعرف الأشكال وتسميتها مثلثات، ومربعات، ومستطيلات.

وهذه الأنشطة تتضمن الهندسة الإقليدية التي تختص بدراسة أشكال يمكن الإشارة إليها على أنها ذات أشكال صارمة ثابتة، فالمثلث، على سبيل المثال، أضلاعه ثابتة فلا يمكن ثنيها أو مطها ولكن يمكن تحريك موضعها فقط ولكن يبقى لها الشكل نفسه.

والحقيقة أن الهندسة كما يتعلمها الأطفال الآن مبنية على افتراض أن المفاهيم الأولى للطفل عن المكان هي مفاهيم طوبولوجية. وفيما يلي توضح للمفاهيم الطوبولوجية لدى الأطفال ومعنى الطوبولوجية.

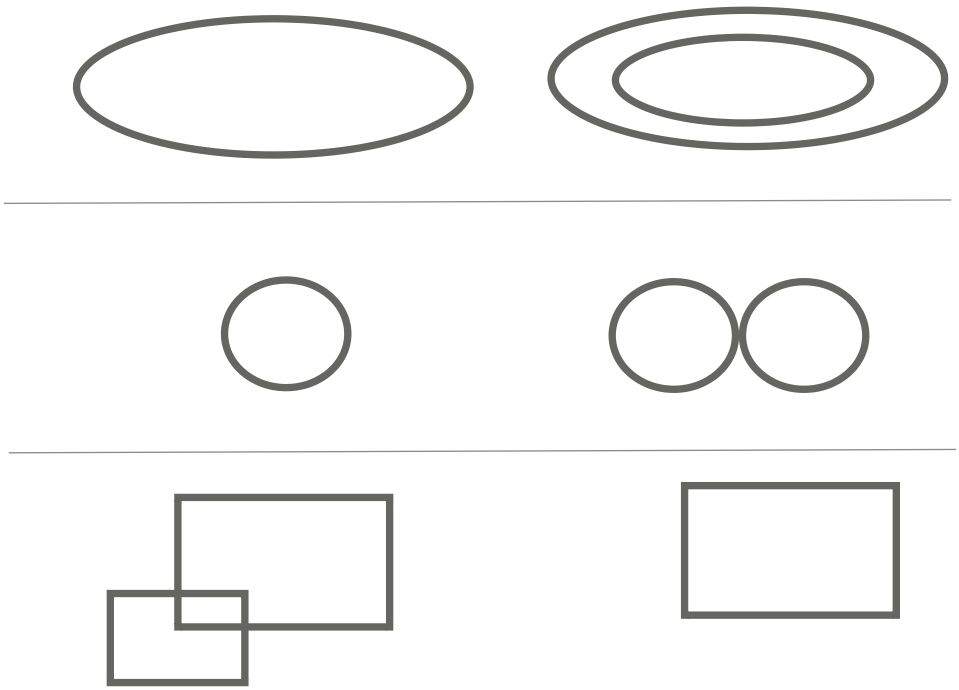
ما المقصود بالطوبولوجية؟

الطوبولوجية هي الهندسة غير المكممة، بمعنى أنها فرع من الرياضيات يعنى بدراسة موقع الشيء بالنسبة إلى الأشياء الأخرى (لا بالمسافة أو الحجم). كما يطلق أيضاً الطوبولوجية على هندسة الألواح المطاطية. تقوم فكرة هندسة الألواح المطاطية على أساس أن الأشكال تكون متكافئة طوبولوجياً طالما أن اللوح المطاطي لم يمزق أو يجزأ أو يطوى فوق بعضه. وهكذا فإن المربع يكون مكافئاً للدائرة من النظرة الطوبولوجية، وبطريقة مماثلة يكون المكعب مكافئاً للكرة. والكوب الذي نشرب منه يكون مكافئاً لحوض السباحة. والأشكال الآتية متكافئة من الناحية الطوبولوجية:



الشكل رقم (1)

وإذا ما فحصنا الأمثلة السابقة نجد أن اللوح المطاطي يمكن بسطه أو ضغطه في أي منها دون تمزيق أو تجزئة. أمّا الزوايا والمسافات والأطوال والأضلاع وما شابه ذلك من عوامل فإنها لا تستخدم في تقرير ما إذا كان شكلان معينان متكافئين من الناحية الطوبولوجية أم لا. ولتوضيح ذلك لندرس أشكال الأزواج الآتية:



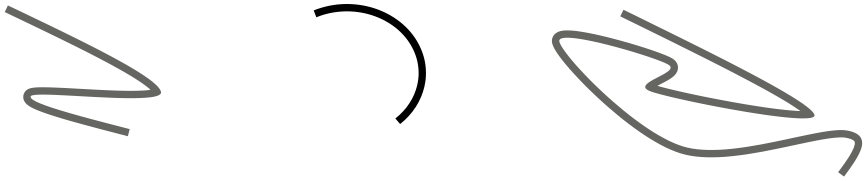
الشكل رقم (2)

يلاحظ أن أزواج الأشكال السابقة غير متكافئة طبولوجياً.

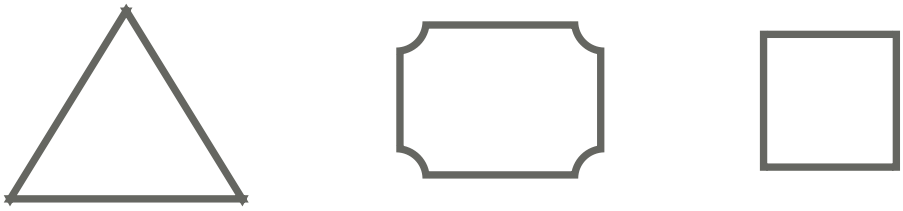
والطفل عندما يرى المثلث، مثلاً، فإنه لا يراه كما يراه البالغ، ولكن يراه ببساطة على أنه شكل مغلق، فعندما يطلب من الطفل في الثالثة أو الرابعة من عمره أن يرسم مربعاً أو مثلثاً كما هو موجود أمامه فإنه يرسمه دائرة، وهو رسم صحيح من الناحية الطوبولوجية، فهي منحنىً مغلق.

كما أن الطفل عندما يبلغ الثالثة والنصف والرابعة تقريباً فإنه يستطيع أن يميز الأشكال المغلقة والمفتوحة، قبل أن يميز بين الأشكال الإقليدية البسيطة المغلقة كالمثلثات والمربعات والدوائر.

فيما يلي أمثلة لأشكال مفتوحة ومغلقة:



أشكال مفتوحة



أشكال مغلقة

الشكل رقم (3)

أوضحت نتائج معظم الدراسات أن الأطفال في السنة الثالثة وما قبلها يمارسون بعض الخربشات غير الهادفة. وعند السنة الثالثة تقريبا يمكن ملاحظة مستويين عند المستوى الأعلى، إذ تبدأ الرسومات في اتخاذ شكل أكثر تحديداً، فالدوائر، والمربعات، والمثلثات كلها يتم رسمها على شكل منحنى مغلق غير منتظم.

أما المرحلة الثانية فتبدأ اعتباراً من الرابعة تقريباً وتمتد حتى الخامسة أو السادسة ويتميز المستوى الأدنى بوجود تقدم في عمليات تمييز الأشكال الإقليدية، فالأشكال المنحنية تبدأ في التميز عن الأشكال ذات الأضلاع المستقيمة، ولكن لا يوجد تمييز بين المضلعات.

وفيما يخصّ المستوى الأعلى في هذه المرحلة فإنه يتميز بقدرة الطفل على التمييز بين الأشكال على أساس عدد الزوايا، كما يلاحظ أن الأبعاد تراعى في الرسومات مع التمييز بين الدائرة والشكل البيضوي. وفي السنة السادسة والسابعة يصبح لدى الأطفال القدرة على رسم معظم الأشكال الهندسية الأخرى كالمعينات، إضافة إلى الأشكال الهندسية المركبة.

أبرز النظريات التي قدمت كيفية تطوير المفاهيم الهندسية ومستوياتها هي مستويات فان هيلي التي سيتم توضيحها فيما يأتي:

2.3. مستويات فان هيلي:

من المهم للمعلم أن يفهم كيف يفكر الطفل هندسياً؟ وكيف ينمو هذا التفكير؟، لكي يكون قادراً على التعامل السليم معه في كل مرحلة من المراحل، ويصوغ لها الأهداف التي تناسبها،

كما في المواضيع الرياضية كافة؛ فإن التفكير الهندسي للطفل يتطور تدريجياً، وقد قسم **فان هيلي** مراحل تطور التفكير الهندسي لدى الطفل إلى خمس مستويات:

1. **التعرّف (التمييز):** ويميز التلميذ فيه الأشكال الهندسية بشكلها الكلي المحسوس، ويتعلم بعض الكلمات والمرادفات والتسميات للأشكال الهندسية. أي يكون التلميذ قادراً على تمييز الأشكال الهندسية بشكلها الكلي ووصفها ببعض المفردات، دون معرفة أجزائها وصفاتها وخواصها، بل يمكن له أن يسمي الأشكال الهندسية البسيطة (دائرة، مثلث، مربع، مستطيل، متوازي الأضلاع...) ويمكن أن يميز الشكل، ويشير إليه من بين أشكال هندسية متعددة. مثلاً: يميز التلميذ صورة شكل المستطيل، ولكنه ربما لا يعرف عدة خواص للمستطيل.
2. **التحليل:** وفيه يحلل التلميذ خواص الأشكال الهندسية على أساس مكوناتها والعلاقات المتداخلة فيما بينها. أي يكون قادراً على ملاحظة خواص الأشكال الهندسية وتحليلها ووصفها دون ربط بعضها ببعض، سواء على مستوى خواص الشكل الواحد أم خواص الأشكال المختلفة. ويستطيع التلاميذ في هذه المرحلة تحليل الأجزاء التي يتكون منها الشكل، حيث يسمونها بأسمائها، ويتمكنون من تمييز خصائص الشكل أيضاً، إلا أنهم لا يستطيعون الربط بين الخصائص وكيف أن صفة تنبع من أخرى، فيعجزون عن تمييز الخصائص الضرورية من الكافية (أي الشروط اللازمة من الكافية). مثلاً يدرك الطالب أن الضلعين المتقابلتين (وربما القطرين المتقابلين) في مستطيل متطابقان، ولكنه لا يلاحظ بعد كيف تتعلق المستطيلات بالمربعات أو بالمثلثات القائمة.
3. **الترتيب:** ويدعى أحياناً من قبل بعض التربويين بالمستوى شبه الاستنتاجي، وفيه يرتب التلميذ منطقياً الأشكال الهندسية، ويفهم العلاقات فيما بينها، ويدرك أهمية التعريفات الدقيقة، ويتمكن من صوغها واستخدامها بشكل صحيح، أي يضع التلميذ تعريفات مجردة لها، ويميز بين الخصائص الضرورية من الكافية، ويتمكن من استيعاب كيف أن صفة أو خاصية نتجت من أخرى، لكن دون القدرة على برهان ذلك، مثلاً يفهم الطالب لماذا كل مربع مستطيل، ولكنه ربما لا يكون قادراً بعد على شرح سبب كون قطري المستطيل متطابقين.
4. **الاستنتاج:** ويدعى أحياناً من قبل التربويين بالمستوى الاستنتاجي المجرد، وفيه يفهم الطالب دور الاستنتاج وأهميته، ودور البديهيات والموضوعات والنظريات في تنفيذ

البراهين التي يستطيع إجراءها بشكل صحيح، ويستطيع استنتاج الشروط أو الصفات الضرورية والكافية، وكذلك كتابة التعريفات المتنوعة المتكافئة، والقيام بالبراهين بطرائق مختلفة، أي يملك القدرة على تقدير طبيعية البرهان وعناصره في النظام الرياضي، واستخدام الفرض والطلب لحل المسألة أو البرهان على صحة مبرهنة، كما يمكنه استخدام النظريات السابقة و المسلمات لبرهان بعض العلاقات دون إدراك المكانة الدقيقة لهذه المعطيات في خوارزمية الحل، كما يمكن لمتعلمي هذا المستوى توضيح قناعاتهم بمكانة هذا المعطيات في ربط الخطوات الرياضية ببعضها تجاه الحل (أي السير بالخوارزمية دون التمعن بمدى منطقيتها)، مثلاً: يستخدم الطالب موضوعة تطابق مثلثين في حالة (ضلعين وزاوية محصورة بينهما) ليبرهن عبارات حول المستطيلات، ولكنه لا يفهم بعد لماذا من الضروري وضع شرط هذه الموضوعة، وكيفية ربطها بين الأطوال وقياسات الزوايا.

5. **الدقة البالغة (الصرامة):** ويدعى أحيانا من قبل بعض التربويين بالمستوى الاستنتاجي المجرد الكامل، ويفهم الطالب فيه أهمية الدقة في التعامل مع الأساسيات وتداخل العلاقات بين البنى الرياضية الهندسية، ويفهم طبيعة النظم الرياضية المختلفة وأسسها، مثلاً يفهم الطالب التداخل والعالقات بين الهندسة الإقليدية والهندسة اللاإقليدية، وخاصة موضوعة التوازي.

ويؤكد فان هيلي أنه من أجل أن يتقن الطلبة أي مستوى من المستويات المتقدمة، فيجب عليهم أن يكونوا قد أتقنوا المستوى أو المستويات الأدنى منه، كما يؤكد أنه من النادر أن يصل طلبة المرحلة الثانوية إلى مستوى الدقة البالغة.

2.4. نظرية النموذج الأولي:

عارض بعض الباحثين نظرية فان هيلي، على سبيل المثال، يجادل كليمنتس وزملاؤه (Clements & Battista, 1992: Clements et al., 1999) بأن هناك مستوى تمييزاً مسبقاً قبل مرحلة التعرف (التمييز) بمستويات فان هيلي، تسمى المستوى التوفيقي (syncretic level)، حيث يستخدم الأطفال المعرفة البيانية. بالإضافة إلى ذلك، لا يتفقون مع موقف فان هيلي الذي يشير إلى أن الأطفال يعملون في مستوى واحد في كل مرة، بدلاً من ذلك يجادلون بأن الأطفال يمكنهم الأداء على أكثر من مستوى في وقت واحد.

النظرية الأخرى التي ساعدت الباحثين في تعليم الرياضيات على شرح تفكير الأطفال وراء تصنيف الشكل هي نظرية النموذج الأولي (Rosch, 1973).

تتمثل الفكرة الأساسية لنظرية النموذج الأولي في أن المفاهيم لا تتشكل من خلال تعريفات رسمية أو قواعد أو صفات المشتركة بشكل أساسي، وإنما من خلال النموذج (النماذج) الأولية، وهو مثال (نماذج) نموذجي وممثل للغاية للمفاهيم، بعد ذلك، يحدث التصنيف بناءً على التشابه مع النموذج (النماذج) الأولية .

النموذج الأولي هو المفهوم الأساسي في الفئة وبقية الأمثلة تتصل مع هذا المفهوم بناء على نسبة التشابه مع النموذج الأولي، تصبح الأمثلة أو الحالات الأخرى تنتمي لعائلة المفهوم.

على سبيل المثال النموذج الأولي لمفهوم المثلث، هو مثلث متساوي الأضلاع، والأنواع الأخرى من المثلثات، مثل مثلث متساوي الساقين، أو مثلث مختلف الأضلاع، أو مثلث قائم الزاوية، لها تشابه عائلي مع المثلث المتساوي الأضلاع.

وقد أشارت الأبحاث إلى أن الأطفال يتعرفون الأشكال ويصنفونها بناءً على مقارنة مع نموذج أولي مرئي (Clement et al., 1999; Gal & Linchevski, 2010)

كما بينت النتائج أيضًا إلى أن الأطفال الصغار يستخدمون مزيجًا من النماذج الأولية والسمات المرئية التي يتم فرضها على النموذج الأولي المرئي (Clements & Battista, 1992; Clements et al., 1999; Hershkowitz, 1989; Mason, 1989).

السمات المفروضة هي تلك التي لم يتم تحديدها رسميًا بوصفها سمات، مثل الجوانب أو الزوايا أو الأطوال، أو أنها ليست بالضرورة سمات رسمية للشكل؛ بدلاً من ذلك، إنها تتطابق فقط مع النموذج الأولي كما تبدو الأشكال .(Hershkowitz, 1989) **مثال على سمة مفروضة اتجاه الأشكال على الصفحة.**

على سبيل المثال، قد تكون السمة المفروضة للمثلث هي أن له قاعدة أفقية، يمكن للطفل في مرحلة التصور أن يتعرف المربع الموجود على اليسار؛ في لأنه نموذج أولي ، ولكن ليس المربع الموجود على الجانب الأيمن ، لأن الشكل الموجود على اليمين مستدير والجزء السفلي من الشكل ليس موازيًا للمربع صفحة.

الشكل رقم (4)

حاول الباحثون أيضًا فهم منطق الأطفال وراء تصنيف الشكل إلى فئة من الشكل.

وجدت الدراسات التي أجريت على أطفال تتراوح أعمارهم بين 3 و 6 سنوات ارتفاع معدل رفض المثلثات غير النموذجية (Hannibal, 1999)، والمستطيلات (Clements & Battista, 1992).

ومن خلال فهم هذا التصنيف ومستوياته المختلفة من قبل المعلمين، فإنه يمكنهم من تصميم إستراتيجيات تدريسية غنية ومتنوعة لتدريس الهندسة (بحقائقها ومهاراتها ومفاهيمها ومبادئها وحل المسائل فيها) كما يمكن الاستفادة منه بشكل واسع في عملية التقويم بمختلف أنواعه، داخل غرفة الصف وخارجها والتي سيتم توضيحها في الفصل الآتي.

التقويم:

أولاً: أجب بصح أو خطأ، مع التعليل:

1. تبدأ قدرة الطفل على رسم معظم الأشكال الهندسية في سن الخامسة.
2. أول من بحث في مبادئ بناء علم الهندسة النظرية بشكل منظم إقليدس.
3. المستوي الرابع لمستويات فان هيل هو الترتيب.

ثانياً: أكمل العبارات الآتية:

1. بنى إقليدس هندسته على خمس مسلمات شهيرة، اذكر اثنتين:

أ. ..... ب. .....

ثالثاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1. تتسم هذه المرحلة بداية ظهور التفكير المنطقي الرياضي عند الأطفال:

A. مرحلة ما قبل العمليات	B. مرحلة العمليات المادية	C. مرحلة الحسية الحركية	D. مرحلة العمليات المجردة

2. في المستوى الأعلى لتعلم الهندسة بعمر الثالثة يتميز بقدرة الطفل على:

A. وجود تقدم في عملية تمييز الأشكال الإقليدية	B. الرسم أشكال أكثر تحديداً	C. تميز الأشكال على أساس عدد الزوايا	D. مراعاة الأبعاد مع التمييز بين الدائرة والشكل البيضوي

3. طبيعة الهندسة التي يتم تعليمها للأطفال في عمر السابعة

A. إقليدية	B. طبولوجية	C. كروية	D. ناقصية

4. العملية التي يتم من خلالها فهم الأشياء المحيطة ويكون بعدها نمط في ذهنه هي

A. الاستيعاب	B. التكيف	C. التطور المعرفي	D. مرحلة العمليات

5. ليس من مسلمات إقليدس:

A. يمكن رسم مستقيم بين أي نقطتين من المستوي	B. المقداران المساويان لثالث متساويان	C. يمكن مد قطعة مستقيمة إلى ما لانهاية	D. من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد مواز له

6. يبدأ الطفل التصنيف على أساس الخاصية الواحدة في مرحلة:

A. الحسية الحركية	B. العمليات المجردة	C. ماقبل العمليات	D. العمليات المادية

7. في الهندسة الطبولوجية المربع يكافئ

A. المستطيل	B. الدائرة	C. المعين	D. جميع ما سبق صحيح

8. في المستوى الأعلى لتعلم الهندسة بعمر الثالثة يتميز بقدرة الطفل على:

A. وجود تقدم في عملية تمييز الأشكال الاقليدية	B. الرسم أشكال أكثر تحديداً	C. تميز الأشكال على أساس عدد الزوايا	D. مراعاة الأبعاد مع التمييز بين الدائرة الشكل البيضوي

9. كل الزوايا القائمة متساوية هي من:

A. مسلمات إقليدس	B. بديهيات فيثاغورث	C. بديهيات إقليدس	D. النظريات الأساسية في الرياضيات

10. إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين يقعان في مستو واحد كان مجموع الزاويتين الداخليتين في إحدى جهتي المستقيم القاطع أصغر من قائمتين فإن المستقيمين:

A. يتسايران	B. يتوازيان	C. يتقاطعان	D. يتساويان

1. في مستوى الاستنتاج لمستويات فان هيل يقوم الطالب بـ:

A. تمييز الأشكال بشكلها	B. يستنتج خواص الأشكال الهندسية على أساس	C. يرتب التلميذ منطقياً الأشكال	D. يفهم الطالب دور الاستنتاج وأهميته ودور

الكلي المحسوس	مكوناتها والعلاقات المتداخلة	الهندسية ويفهم العلاقات بينها	البديهيات في تنفيذ لبرهان

2. من مستويات فان هيلي:

A. التعرف	B. التذكر	C. الاستقراء	D. الملاحظة

الفصل الثاني

أهداف تدريس الهندسة وإستراتيجيته

أهداف الفصل الثاني:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

- يتعرف أهداف تدريس الهندسة.
- يدرك بنية كتاب الرياضيات.
- يستخدم مهارات التفكير الرياضي في تدريس الرياضيات.
- ان يتقن مهارات التواصل الرياضة ويستخدمها في تطبيق دروس الرياضيات.
- ان يحدد معايير استخدام إستراتيجية تدريس مناسبة.

1. أهداف تدريس الهندسة:

تم وضع أهداف لتدريس الهندسة وفقاً لنمو الطفل، وبما يحقق الترابط المنطقي لعلم الهندسة، حيث تأتي المناهج المدرسية لتعليم الهندسة وفق المنحى الحلزوني، أي إن الأفكار الجديدة تعتمد الأفكار السابقة ومرتبطة بها، وفيما يلي مثال للمعايير الخاصة بالحلقة الأولى لتعليم موضوعات الهندسة التي تم تحديدها وفق المعايير الوطنية السورية (المركز الوطني لتطوير المناهج،2015، 143)، وذلك وفق الجداول الآتية:

الجدول رقم (1) معايير المجال الهندسة

المجال	الصف الأول	الصف الثاني	الصف الثالث
الهندسة	• يتعرف المجسمات (الهرم، المخروط، الكرة، المكعب، الأسطوانة). • يتعرف وجوه المجسمات (الأشكال الهندسية): المثلث، المربع، المستطيل، الدائرة. • يصنع أشكالا هندسية من خلال دمج أشكال هندسية أساسية. • يحدد ويرسم أشكالا هندسية متطابقة على شبكة نقطية.	• يتعرف المجسمات: (الموشور، الهرم، المكعب، الأسطوانة، المخروط، الكرة) ويسميها. • تسمية الأشكال الهندسية (الدائرة، المستطيل، المربع المثلث، نصف الدائرة، ربع الدائرة) مع وصف بعض خصائصها. • يصنع أشكالا هندسية من خلال دمج أشكال هندسية أساسية. • يحدد ويرسم أشكالا هندسية متطابقة على شبكة نقطية.	• يتعرف النقطة والمستقيم ونصف المستقيم والقطعة المستقيمة. • يتعرف الزاوية وترميزها . • يتعرف أنواع الزوايا • يتعرف المستقيمات المتوازية والمتقاطعة ويرسمها. • يتعرف رؤوس ووجوه المجسمات.
المجال	**الصف الرابع**	**الصف الخامس**	**الصف السادس**
الهندسة	• يتعرف الرباعيات: (متوازي الأضلاع، المربع، المستطيل) • يصنف الزوايا.	• يحدد أوضاع مستقيمين: (متوازيين، متقاطعين، متعامدين، منطبقين). • يصنف المثلثات . • يستعمل مجموع زوايا مثلث. • يتعرف خصائص الرباعيات • يتعرف الدائرة ويرسمها. • يتعرف خصائص المجسمات • يحل مسائل مستخدماً صنع النماذج.	• يتعرف الزاويتين المتجاورتين، المتتامتين، المتكاملتين، المتقابلتين بالرأس. • يصنف المضلعات الرباعية . • يستعمل خصائص المثلث المستطيل والمربع في حل المسائل. • يصف المضلعات • ينشئ مثلثاً في الحالات: (ضلع، ضلع، ضلع)، (زاوية، ضلع، زاوية)، (ضلع، زاوية، ضلع)

وفيما يتعلق بمعايير مجال التحويلات الهندسية:

الجدول رقم (2) معايير مجال التحويلات الهندسية

المجال	الصف الأول	الصف الثاني	الصف الثالث
التحويلات الهندسية	• يتعرف التناظر.	يحدد خط التناظر من خلال تحديد الأشكال التي يتطابق جزآها عند طيها بالنسبة إلى خط مرسوم.	• يتعرف حركة الأشكال (إزاحة، طي، دوران). • يستكشف خط التناظر.
المجال	الصف الرابع	الصف الخامس	الصف السادس
التحويلات الهندسية	• يستكشف خطوط التناظر ويرسمها. • يعرف حركة الأشكال (إزاحة، طي، دوران) ويرسمها.	• يمثل ما ينتج عن حركة الأشكال المتطابقة (إزاحة، طي، دوران، انعكاس). • يتعرف محور التناظر والتناظر المحوري باستعمال خط الطي. • يميز الأشكال المتطابقة والمتشابهة.	• يستعمل التناظر المحوري (القائم) في إنشاء نظير نقطة، قطعة مستقيمة، دائرة. • يرسم خطوط تناظر بعض الأشكال. • تمثيل الانسحاب الأفقي والشاقولي على مستو الإحداثيات. • يحدد عناصر دوران الأشكال بزاوية 90° و180°. • يتعرف خواص الدوران • يتعرف بعض خصائص الأشكال المتشابهة.

كما يمكن تحديد أهداف تعليم الهندسة بشكل عام وفق ما يأتي:

من أهداف تدريس الهندسة في المراحل الدراسية جميعها (إبراهيم، 2008، 29)

- اكتساب المعلومات المناسبة عن الأشكال الهندسية في المستوى والفراغ وذلك لأهميتها في دراسات أخرى مثل التفاضل والتكامل والمثلثات ...الخ إلى جانب ارتباطها بالعالم الفيزيقي المحيط بالتلميذ، وذلك على مراحل متدرجة تبدأ بالرسم والقياس وعمل النماذج وفحص الحقائق الهندسية بطرائق عملية ثم التدرج منها نحو الدراسة الاستنتاجية المبنية على المسلمات والبرهان والاستدلال.
- تنمية فهم الطريقة الاستدلالية وتذوقها، بوصفها طريقة للتفكير والبرهان، مع اكتساب المهارة في تطبيق هذه الطريقة في المواقف الرياضية المختلفة.

- تشجيع الأصالة والمبادأة والتفكير المثمر عند التلاميذ، وإتاحة الفرصة لهم لممارسة التفكير الابتكاري من خلال دراسة الهندسة.
- دراسة أساليب التفكير المختلفة عند معالجة المسائل الهندسية.

2. تدريس الهندسة:

فيما يلي بعض الإرشادات العامة لتدريس الهندسة في الحلقة الأولى للتعليم الأساسي:

1. دمج تدريس الهندسة مع مجالات رياضية أخرى ومواضيع غير الرياضيات هذه الطريقة تعطي التعلم معنى وهدفاً.
2. يجب أن يركز التدريس في المرحلة الدنيا على الهندسة اللاشكلية، الهدف الأساسي هو تكوين حس مكاني ومفاهيم هندسية لا شكلية، من ثم يجب أن يكون التدريس مبنياً على الاستكشاف من خلال معالجة المواد المحسوسة والصورية.

   وهنا يجب أن يشجع المعلم تلاميذه على التفكير من خلال أسئلة مثل:

   1. ما الأفكار الجديدة التي تعلمناها في خلال عمل اليوم؟
   2. ما التشابهات، والفروق، والأنماط التي تراها في الأشكال الهندسية؟
3. توخي الدقة في تسمية المصطلحات الهندسية، وهذا لا يعني التركيز على أن يحفظ التلاميذ هذه المصطلحات، بل المقصود أن يسمي المعلم الأشياء بمسمياتها الصحيحة، لأن التلاميذ عادة يقلدون المعلم ويستخدمون اللغة التي يستخدمها.
4. استخدام برامج حاسوب خاصة بالهندسة مثل اللوجو (LOGO) أو جيو جبرا (Geo Gebra) يساعد في تنمية المفاهيم الهندسية.
5. التركيز على تطوير التفكير الهندسي لدى الأطفال بالإضافة إلى معرفة المحتوى، فالهدف هو مساعدة الطلبة على التقدم إلى المستوى التالي من مستويات فان هيلي للتفكير الهندسي.

- لتشجيع الانتقال إلى المستوى الثاني يجب تشجيع المتعلمين على تفحص العديد من الأمثلة واللاأمثلة لشكل معين وتحليلها، لاستنتاج خصائصه.
- للحث على الانتقال إلى المستوى الثالث يساعد المعلم المتعلمين عل التركيز على الخصائص الحرجة للمفاهيم واستنتاج الحد الأدنى من الخصائص لتعريف الشكل الهندسي بشكل غير رسمي. يتم ذلك من خلال عرض العديد من الأمثلة لمفهوم

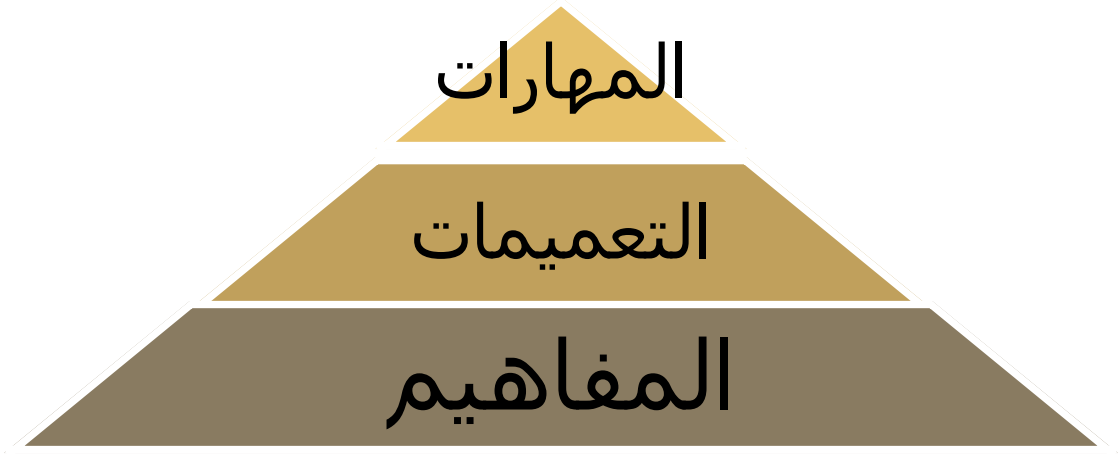
معين وتشجيع الطلبة على تحديد فيما إذا كانت خاصية معينة توجد في كل الأمثلة أم فقط في أمثلة معينة. أيضاً يجب دفع المتعلمين إلى التفكير بتعريفات الأشكال الهندسية وفيما إذا كانت تحتوي على الحد الأدنى من الخصائص الحرجة.

- للحث على الانتقال إلى المستوى الرابع يشجع المتعلمين على عمل الافتراضات وفحصها، ويشجعهم على التفكير الاستنتاجي غير الرسمي وعلى البراهين غير الرسمية، على سبيل المثال يطلب من المتعلمين عمل خريطة مفاهيم أو مخطط ودعهم يحددون موقع مفهوم جديد على الخريطة أو المخطط.

وقبل البدء بتوضيح إستراتيجيات تدريس الهندسة يجب أن يتم التوسع في بنية كتاب الهندسة وتدرجاته من السهل حتى الأصعب:

3. بنية كتاب الرياضيات:

حتى يكون المعلم قادراً على تخطيط جيد للدرس والتعامل معه بدقة يجب أولاً أن يدرك المكونات المعرفية الرياضية أو البناء المعرفي لكتاب الرياضيات والتي يوضحها الشكل الآتي:



الشكل رقم (5)

وسيتم من خلال الفقرات الآتية شرح تفصيلي لكل لبنة من هذه اللبنات:

3.1. المفاهيم:

تعد فكرة المفهوم من الأفكار التي يصعب على كثير من المعلمين تحديدها بشكل دقيق وواضح بسبب تداخل فكرة المفهوم مع بقية المصطلحات الأعلى منها، حيث يشكل المفهوم الحجر الأساسي في عملة البناء المعرفية، وفيما يلي توضيح شامل حول المفهوم من حيث تعريفه وتصنيفاته وتقويمه.

3.1.1. **تعريف المفهوم:** تم تقديم عدة تعريفات للمفهوم يمكن توضيحها فيما يلي:

- هو الصفة المجردة المشتركة بين جميع أمثلة ذلك المفهوم، إن وجود عدة أشياء: أعداد مثلاً أو أشكال هندسية يمكن وضعها ضمن فصيلة واحدة على أساس صفاتها وخصائصها المعيارية المشتركة يمكننا من إعطاء هذه الفصيلة اسماً هو في العادة مصطلح المفهوم.
- المفهوم قاعدة لاتخاذ قرار أو حكم عندما تطبق على مواصفات أو خصائص شيء ما نستطيع أن نحدد فيما إذا كان بالإمكان إعطاء التسمية (المصطلح) لذلك الشيء.

ويمكن وضع تعريف للمفهوم بأنه: بناء عقلي مجرد يعبر من مجموعة من الأشياء تحمل صفة أو صفات أو خصائص مشتركة، كأمثلة عن المفهوم: العدد، المثلث، القسمة....

3.1.2. المفاهيم الهندسية

المفاهيم الهندسية أفكار مجردة يمكن وصفها أو تعريفها ولا يمكن إدراكها بالحواس، فما من أحد رأى الخط المستقيم، ولكننا نرى أشياء نصفها بأنها مستقيمة، فنقول: إن حافة الورقة مستقيمة وحافة المكتب مستقيمة ...وهكذا.. ويمكن أن نرسم أشكالاً على ورقة بيضاء ونقول: إن هذه نقطة وهذه قطعة مستقيمة وهذه زاوية ...الخ.

والمفهوم الرياضي بناء عقلي، وهو تجريد عقلي لخواص مشتركة ومميزة لمجموعة من الأشياء أو الأحداث التي يمكن ملاحظتها، تسمى هذه المجموعة مجموعة المرجع للمفهوم، وعناصر هذه المجموعة تسمى أمثلة المفهوم .وأمثلة المفهوم يمكن أن تكون أشياء مدركة.

3.1.3. تصنيف المفاهيم:

وقد وضع العلماء عدة تصنيفات للمفهوم، ويمكن توضيح أهم هذه التصنيفات فيما يلي (أبو زينة، 1994، ص 180،):

1.المفاهيم الحسية والمفاهيم المجردة: يمكن تصنيف المفاهيم الدلالية إلى مفاهيم حسية ومفاهيم مجردة، والمفهوم الحسي هو المفهوم الذي عناصر مجموعة إسناده أشياء مادية، أي

أشياء يمكن ملاحظتها أو مشاهدتها، كمفهوم المسطرة الحاسبة، والفرجار والمنقلة، والمعداد، وغيرها من الأدوات الهندسية.

أما المفهوم المجرد فهو مفهوم دلالي غير حسي، حيث لا يمكن ملاحظة عناصر مجموعة الاسناد للمفهوم أو مشاهدتها. ومن أمثلة المفاهيم المجردة العدد، والكسور، والتوابع....

2. المفاهيم المفردة والمفاهيم العامة: المفاهيم المفردة هي المفاهيم التي مجموعة إسنادها مجموعة حادية، مثل مفهوم العدد 7، وطن، πو، ونقطة المبدأ أو الأصل، أما المفاهيم العامة؛ هي التي تحتوي مجموعة إسناده كل منها على أكثر من عنصر واحد تسمى مفاهيم عامة، مثل مفهوم عدد طبيعي، عدد سالب، عدد مركب.

3.المفاهيم البسيطة والمفاهيم المركبة: المفاهيم المركبة تتشكل أو تعتمد على أكثر من مفهوم بسيط أو أولي؛ مثلاً العدد هو مفهوم بسيط ولكن العدد النسبي هو مفهوم مركب، والمفاهيم الهندسية (والرياضية بشكل عام) نوعان:

أ- مفاهيم أولية غير معرفة ندرك معناها ونصفها ولا نستطيع تعريفها.

ب- مفاهيم معرفة وهي مفاهيم يمكن تعريفها بعبارة تحدد معناها بدقة ووضوح.

3.1.4. تعليم المفاهيم:

من خلال ما يلي سيتم توضيح الأنشطة التي يمكن أن يطبقها المعلم في تعلم المفهوم أو ما يسمى تحركات تعليم المفهوم

1. **تحرك المثال:** في هذ التحرك يعطى المعلم مثالاً أو أكثر على المفهوم مثل:3، 17، 29 هي أعداد أولية
2. **تحرك اللامثال (أمثلة عدم الانتماء):** في هذا التحرك يعطي مثالاً غير محقق لخصائص المفهوم، أو مثالاً لا ينطبق على المفهوم مثال ذلك العدد (2-) هو لا مثال عن مفهوم العدد الموجب.
3. **تحرك الرسم والتمثيل البياني:** هناك عدد كبير من المفاهيم الرياضية تحتاج لاستخدام الرسم أو التمثيل البياني لتوضيحها وتدريسيها، كالمفاهيم الهندسية (المربع، متوازي الأضلاع، ميل المستقيم..)
4. **تحركات التعريف:** تتناول التحركات هنا اللفظ الدال على مفهوم الشيء عن طريق إعطائه تفسيراً لغوياً يوضح معناه، من الضروري عند استخدام هذا التحرك أن تكون المصطلحات

المستعلمة في التعرف هي مصطلحات واضحة ومفهومة لجميع المتعلمين، ويتأكد المعلم من تمكن المتعلم لهذا المصطلحات المستعلمة في التعريف من خلال تمهيد الدرس أو ما تم استخدامه في مناهج الرياضيات السورية بالانطلاقة النشطة، فمثلا لتقديم تعريف الدائرة بأنها مجموعة نقاط المستوي التي تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة معينة، على المعلم أن يكون عارفاً أن المتعلم يدرك تماماً معنى المستوي، والبعد الثابت.

ومن خلال التبديل في ترتيب التحركات يصبح لدى المعلم طريقة تعليم محددة لتعليم المفهوم كالآتي:

الطريقة الأولى: سلسة من تحركات الأمثلة

الطريقة الثانية: سلسلة من تحركات المثال واللامثال

الطريقة الثالثة: تحرك تعريف، المثال، اللامثال.

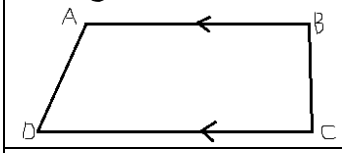
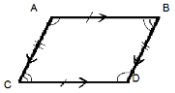
الطريقة الرابعة: تحرك مثال، تعريف، اللامثال.

وهكذا يستطيع المعلم التنويع في الطرائق المستخدمة لتعليم المفهوم، وعلى المعلم استخدام أنشطة متنوعة إضافية لاكتساب المفهوم، مثل إستراتيجيات التعلم النشط، ودمج مهارات التفكير، واستخدام التكنولوجيا ووسائل وتقنيات التعليم الحديثة، ويعد منهاج ستيم (steam) أحد الأساليب التي أكدت العديد من الدراسات فاعليتها في اكتساب المفاهيم المتنوعة، حيث يعتمد هذا المنهج على دمج المعلومات، الرياضيات والعلوم والتكنولوجيا والفنون والهندسة، وحتى يتأكد المعلم من اكتساب المفاهيم لدى المتعلم على المعلم أن يقوم بعملية تقويم صحيحة للمفاهيم المكتسبة.

3.1.5. تقويم المفاهيم:

على المعلم اتباع أساليب متنوعة لقياس اكتساب المفاهيم وخاصة في مرحلة التعليم الأساسي، وقد حدد التقويم البديل عدة طرائق لعملية التقويم (الاختبارات الكتابية، اختبار الأداء المعارض، ملفات الإنجاز،....)، فقيام المتعلم بتشكيل مثلث من ورق مقوى والالتزام بالخصائص الحرجة لهذا المفهوم يعد أحد أساليب التقويم، حيث إن قدرة المتعلم على الالتزام بهذه الخصائص يعد دليل على فهم تعريف المثلث وخصائصه، فيما يتعلق بالاختبارات الكتابية يمكن وضع جدول بأهم المعايير والمؤشرات لاكتساب المفهوم كما الآتي:

الجدول رقم (3) معايير ومؤشرات اكتساب مفهوم

المعيار	مؤشر	صياغة السؤال
إذا أعطى اسم المفهوم يعطي مثالاً عنه	يذكر مثالاً عن متوازي الأضلاع	ارسم ABCDمتوازي أضلاع طول ضلعه 5 وزاويته 40°
إذا أعطى اسم المفهوم يعطي مثالاً لا ينطبق على المفهوم	يحدد نوع الشكل، هل متوازي الأضلاع أم لا؟	هل يمثل الشكل متوازي أضلاع، ولماذا؟ 
إذا أعطى مثالاً عن المفهوم يختار اسم المفهوم	 يحدد اسم الشكل	ماذا يمثّل الشكل المرسوم؟ (مستطيل، متوازي أضلاع، مربع)
إذا أعطى اسم المفهوم يختار الصفة المرتبطة بالمفهوم	يحدد خصائص متوازي الأضلاع	الأقطار متناصفة كل ضلعين متقابلين متطابقان
إذا أعطى اسم المفهوم يختار صفة لا ترتبط بالمفهوم	خصائص لا تنطبق على متوازي الأضلاع	الأقطار متعامدة
إذا أعطى تعريف المفهوم يختار اسم المفهوم	إذا أعطى تعريف متوازي الأضلاع يختار اسم المفهوم	ما الشكل الذي يعرف بما يلي "مضلع رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان"؟
إذا أعطى اسم المفهوم يعطي تعريف المفهوم	إذا أعطى اسم متوازي الأضلاع يعطي تعريف المفهوم	مضلع رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان مضلع رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان
إذا أعطى اسمي مفهومين يبين العلاقة التي تربطهما	ما العلاقة بين متوازي الأضلاع – مستطيل؟	كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان المستطيل هو متوازي أضلاع زواياه قائمة

3.2. التعميمات الرياضية:

وهو يقع ضمن المجال الثاني للبنية الهرمية لكتاب الرياضيات، ويمكن توضيحه فيما يلي:

3.2.1. **تعريف التعميم الرياضي:** هو عبارة رياضية؛ جملة إخبارية تحدد علاقة بين مفهومين أو أكثر من المفاهيم الرياضية.

مثال: مجموع زوايا المثلث تساوي 180 درجة.

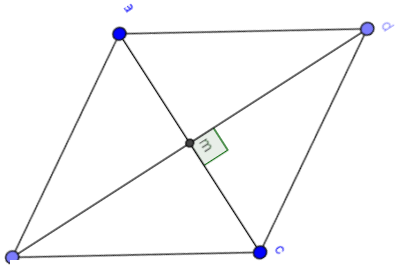
قطرا المستطيل ينصف كل منهما الآخر.

3.2.2. طرائق تدريس التعميم:

يمكن استخدام أنشطة متنوعة لاكتساب التعميم وخاصة مع تطور المعرفة التكنولوجية التي أسهمت بشكل كبير في تطور إستراتيجيات التعلم الحديثة، وتقوم هذه الإستراتيجيات على مجموعة من التحركات للأنشطة العلمية للمعلم داخل الصف، يمكن تجزئتها وتفصيلها بالآتي.

1. **تحرك التقديم:** ويتم هذا التحرك من خلال تركيز انتباه المتعلم على الموضوع الذي سيدرسه، وذلك بذكر عنوانه مثلاً، أو بيان الهدف من تعلم التعميم، أو بإقناع المتعلمين بأهمية هذا التعميم لخلق الدافعية نحو تعلمه، ويمكن أن يشار إلى هذا التحرك بالتهيئة الحافزة.
2. **تحرك الأمثلة:** وهنا يستخدم المعلم مثالاً أو أكثر على التعميم، إما من خلال الرسم أو الأشكال والمجسمات..... الخ.

مثال الشكل المجاور هو مثال على التعميم الآتي



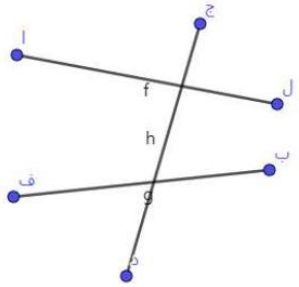
الشكل رقم (6)

قطرا المعين متناصفان ومتعامدان وينصفان زواياه وغير متساويي الطول بالضرورة.

وهنا يقدم المعلم المثال على التعميم من خلال الرسم والرموز المرافقة له المعبرة عن التعميم.

3. **تحركات اللاأمثلة:** وتعّد هذه التحركات امتداداً لتحركات الأمثلة، وفيها يقدم للمتعلمين حالات لا ينطبق عليها التعميم.

مثال: الشكل المجاور هو لا مثال على التعميم الآتي



الشكل رقم (7)

إذا قطع مستقيمان متوازيان بقاطع، فإن كل زاويتين متبادلتين داخلاً متساويتان.

4. **تحرك صياغة التعميم:** وهنا يقدم المعلم الصياغة اللفظية أو الرمزية للتعميم، أو يساعدهم على اكتشاف التعميم وصياغته.
5. **تحرك التفسير:** بعض التعميمات قد تتضمن مفاهيم غير واضحة، أو قد يكون التعميم غير واضح في صياغته وألفاظه، فيقوم المعلم بمراجعة معاني هذه المفاهيم، أو إعادة صياغة التعميم بعبارات أوضح حتى يتضح المعنى الذي يتضمنه.

مثل قاعدة جمع عددين صحيحين أحدهما سالب والآخر موجب:

لجمع عددين من إشارتين مختلفتين نطرح بعد أقربهما عن الصفر من بعد الآخر ثم نرفق بالناتج إشارة الأبعد.

على المعلم توضيح معنى البعد عن المبدأ وتفسير الخطوات المطلوبة في هذا التعميم لإجراء عملية الجمع.

6. **تحرك التبرير:** أي إعطاء الإثبات والبرهان الذي يبين صحة التعميم، إما من خلال المنطق الرياضي، أو على تعميمات سابقة.
7. **تحرك التطبيق:** فيها يقدم المعلم التمارين والمسائل والمشكلات التي تتطلب استخدام التعميم، إما من خلال التطبيق المباشر، أو من خلال توظيف التعميم، يتوصل لحل المشكلة الرياضية المطروحة.

إن تسلسل التحركات المختلف يؤدي إلى طريقة مختلفة في تدريس التعميم، ويمكن توضيح طريقتين أساسيتين وفق الآتي.

أ- طريقة العرض في تدريس التعميمات:

تتميز هذه الطريقة بتقديم صياغة التعميم في مرحلة مبكرة، وحيث يمكن استخدام هذه الطريقة في تعلم التعميمات الجديدة والتي يصعب استنتاجها من قبل المتعلمين بسبب المرحلة الدراسية أو وجود مصطلحات ومفاهيم جديدة، ويمكن توضيح سلسلة تحركات هذه الطريقة كما يلي:

1. تحرك التقديم في هذه التحرك يقدم المعلم لطلبته مقدمة تمهيدية عن التعميم.
2. تحرك صياغة التعميم: يقدم المعلم نص التعميم كلاماً أو رمزاً.
3. تحرك التفسير.

4. تحرك التبرير.
5. تحرك الأمثلة: يقدم المعلم الأمثلة المباشرة وغير المباشرة عن التعميم.
6. تحرك التطبيق.

مثال: عندما يقدم المعلم التعميم الآتي:

" في المثلث المتساوي الأضلاع يتطابق الارتفاع والمتوسط والمنصف المتعلقة بالرأس نفسه "

الخطوة الأولى يقوم المعلم بالتمهيد للدرس من خلال تذكير المتعلمين بالمفاهيم الواردة من الدروس السابقة حول أنواع المثلثات وتعريف مفاهيم الارتفاع والمتوسط والمنصف.

الخطوة الثانية: يقدم الصياغة اللفظية للتعميم.

الخطوة الثالثة يبدأ بتقديم تفسير التعميم وتوضيحه من خلال الرسم، مثلاً يقوم برسم مثلث متساوي الساقين، ويعين عليه ارتفاعاً، ومتوسطاً، ومنصفاً، مرتبطة برأس مثلث واحد، وكيف تتطابق مع بعضها؟

الخطوة الرابعة يقدم تبرير لهذه لحالة من خلال الاستنتاج، بالاعتماد على الرسم أو المنطق الرياضي والتعميمات السابقة.

الخطوة الخامسة: يقدم المزيد من الأمثلة حول التعميم.

الخطوة السادسة يقدم مسائل ومشكلات رياضية تلزم استخدام هذه التعميمات.

ب- طريقة الاكتشاف الموجه:

تتميز هذه الطريقة "عكس الطريقة السابقة" بتأخير تقديم صياغة التعميم لمراحل متأخرة في هذه الطريقة، وتتوضح سلسلة تحركات هذه الطريقة كما يلي:

1. تحرك التقديم: في هذه التحرك يقدم المعلم لطلبته مقدمة تمهيدية عن التعميم.
2. تحرك الأمثلة: يقدم المعلم الأمثلة المباشرة وغير المباشرة عن التعميم.
3. تحرك التفسير.
4. تحرك صياغة التعميم: يقدم المعلم نص التعميم كلاماً أو رمزاً.

5. تحرك التبرير.
6. تحرك التطبيق.

مثال: عندما يقدم المعلم التعميم الآتي:

" في المثلث المتساوي الأضلاع يتطابق الارتفاع والمتوسط والمنصف المتعلقة بالرأس نفسه "

الخطوة الأولى يقوم المعلم بالتمهيد للدرس من خلال تذكير المتعلمين بالمفاهيم الواردة من الدروس السابقة حول أنواع المثلثات وتعريف مفاهيم الارتفاع والمتوسط والمنصف.

الخطوة الثانية: يقدم أمثلة حول التعميم.

الخطوة الثالثة يبدأ بتقديم تفسير التعميم وتوضيحه من خلال الرسم، مثلاً يقوم برسم مثلث متساوي الساقين ويعين عليه ارتفاعاً، ومتوسطاً، ومنصفاً، مرتبطة برأس مثلث واحد، وكيف تتطابق مع بعضها؟

الخطوة الرابعة: يقدم الصياغة اللفظية للتعميم.

الخطوة الخامسة: يقدم تبرير لهذه لحالة من خلال الاستنتاج بالاعتماد على الرسم أو المنطق الرياضي والتعميمات السابقة.

الخطوة السادسة يقدم مسائل ومشكلات رياضية تلزم استخدام هذه التعميمات.

ويمكن للمعلم التبديل بالخطوات السابقة، ولكن بشرط تأخير خطوة الصياغة اللفظية للتعميم للخطوات الأخيرة في تسلسل التحركات، وذلك حسب متطلبات تعليم المفهوم أو الوسائل التعليمية المتاحة، كما قدم العديد من العلماء والباحثين التربويين إستراتيجيات حديثة متماشية مع نظريات علم نفس التعلم ومع التطور المعرفي، والتأكد من فاعليتها من خلال الدراسات التجريبية، لذلك لا يمكن الجزم بأهمية استراتيجية بشكل مطلق وإنما على المعلم تطور مهاراته التدريسية بشكل مستمر وبما تؤكده الأفكار التربوية الحديثة.

3.3. المهارات الرياضية:

صنفت المعايير الحديثة لمناهج الرياضيات أهداف تعلم الرياضيات إلى معرفية وأهداف مهارات رياضية وأهداف تتعلق بأساليب التفكير وحل المشكلات وأهداف قيمية، حيث حددت

المهارات الرياضية في رأس هرم البنية المعرفية لكتاب الرياضيات، وقد أكدت المعايير الوطنية لمناهج الرياضيات ضرورة التركيز على هذه المهارات وتحديدها وفق البنود الآتية:

- اكتساب المهارات الرياضياتية التي من شأنها المساعدة على تكوين الحس الرياضي والقدرة على استعمال لغة رياضياتية منطقية وبرهنتها عند صياغة الحلول.
- اكتساب مهارة البرهان ومهارة التواصل في استعمال لغة الرياضيات في عرض الأفكار الرياضياتية وصياغتها، وصياغة الحلول بلغة منطقية سليمة والقدرة على بناء نماذج رياضية وتنفيذ إنشاءات هندسية.
- تنمية مهارات التواصل: استعمال لغة الرياضيات للتعبير عن المواقف الحياتية شفوياً، وكتابياً، وعملياً، وبيانياً. توظيف مهارات القراءة والاستماع لتفسير الأفكار الرياضية وتقديم المبررات المقنعة، من خلال الاهتمام بالأنشطة والتركيز على دور المتعلم في تنفيذها بإشراف المعلم بصفته ميسراً وموجهاً لسير الدرس، حرصاً على النمو الشامل والمتكامل للمتعلم ودوره المحوري في عملية التعلم (المركز الوطني لتطوير المناهج، 2015، ص20).

لا بد أن نميز بين الهدف المعرفي والمهارة الرياضية العقلية، حيث إن المهارة الرياضية تتضمن أكثر من هدف مهاري فمثلاً:

مهارات الاستقراء تتضمن أن يقوم المتعلم:

1. بقراءة الأمثلة المتعددة.
2. تحديد نقاط الاختلاف والاتفاق بين الأمثلة الواردة.
3. استنتاج التعميم المطلوب.

تسلسل هذه الأفعال يشكل مهارة رياضية، بينما كل فعل منها قد يكون هدفاً معرفياً.

وبذلك نميز بين المهارة والهدف المعرفي، بأن الأولى تكون سلسلة من الأفعال المرتبة للقيام بمهارة معينة، بينما الهدف المعرفي هو سلوك يقوم به المتعلم دون أن يرتبط بسلوكيات ثانية **تشترط** أن تسبقه أو تليه.

وهنا يتم التأكيد أن لكل مهارة سلسلة من السلوكيات التي تميزها من غيرها، فسلسلة السلوكيات التي تحدد مهارة الاستقراء تختلف عن سلسلة سلوكيات مهارة البرهان الرياضي ومهارة التعبير بالرموز.

وبذلك تعرف المهارة بأنها: القيام بالعمل بسرعة ودقة واتقان، وغالباً ما يرتبط هذا العمل بخوارزمية تحدد أسلوب العمل وإجراءاته.

3.3.1 خصائص المهارات الذهنية:

تتلخص خصائص المهارات الذهنية فيما يلي:

- أن المهارة الذهنية ترتبط بقدرات واستعدادات وميول وذكاء والفرد وهذه مختلفة من شخص لآخر، وهذه أحياناً يمكن تنميتها وتطويرها عن طريق إتاحة الظروف المناسبة لحدوث ذلك.
- إن لعوامل التدريب والتعليم دوراً في تطورها.
- أنه يمكن أن تتطور بتطور الاستراتيجيات اللازمة لها واستخدامها بشكل فاعل.
- يساعد التخطيط المبرمج على تطويرها ونموها.
- يمكن السيطرة عليها عن طريقة المرات والتدريب والحديث الداخلي لدى الفرد، مثل أسلوب (قف، وفكر ...افعل...لا تفعل ... توقف عن التفكير في هذا الموضوع ...انس ذلك....)
- يمكن أن تتحقق وفق ظروف بيئية مهيأة ومعدة ومبرمجة.
- أنها قد تتراجع بنقص التدريب والإهمال وعدم الاهتمام.

3.3.2 أهمية تعلم المهارات الذهنية

تتمثل أهمية تعلم المهارات الذهنية فيما يلي:

1. أنها تساعد الفرد في السيطرة على المعوقات البيئية المحيطة به.
2. تساعد الفرد على التكيف مع نفسه واسرته ورفاقه وأفراد مجتمعه.
3. أنها تختصر الجهد اللازم لأداء مهمة ما.
4. أنها تحقق النجاح للفرد في مهماته الفكرية والعملية.

5. أنها إذا استغلت على نحو مفيد تعود على صاحبها بالسعادة والرفاهية ومردود مادي ممتاز.
6. أنها تجعل أصحاب العمل يفضلون في استخدام من يتصفون بها على غيرهم فهي بهذا المفهوم تحقق فرص عمل أفضل لأصحابها.
7. أنها تساعد على حل المشكلات التي تواجه الفرد وعلى اتخاذ قرارات صائبة تتعلق بمستقبله المهني خطوات تعلم المهارة الذهنية:

وتشمل هذه الخطوات ما يلي:

- حصول المتدرب على الإطار النظري(المعلومات النظرية) المتعلقة بتعلم المهارة مثل:المبادئ التي تحكمها والحقائق المتعلقة بها والخطوات اللازمة لأدائها والتعليمات والموجهات لسيرها ومخططات تنفيذها.
- فهم المهارة وحفظ خطواتها ورسم صورة ذهنية لتتابع وتسلسل خطواتها وتكرار استعادة هذه الصورة بطريقة لفظية مسموعة أو بصورة ذهنية صامتة.
- ممارسة المهارة بصورة متأنية خطوة خطوة بالاستعانة بالاستراتيجيات المختلفة.
- تقييم أداء المتدرب وفق معايير متفق عليها ومحددة بشكل جيد وواضحة للمتدرب والاستعانة بالأدلة والمعلومات والصور والمخططات كمعايير للحكم مع الأداء.
- التغذية الراجعة الذاتية التي يقدمها المتدرب لنفسه.
- تكرار ممارسة المهارة وحذف الأخطاء السابقة بالرجوع إلى التغذية الراجعة.
- استخدام الأساليب الأكثر ملاءمة لتعلم المهارة وأسهلها وأيسرها على المتدرب التي قد تكون على شكل مناقشة أو محاضرة أو نمذجة أو تعديل سلوك أو إعطاء الأمثلة أو المقارنة.
- تمثل المهارة ذهنياً وتخزينها في الذاكرة في تسلسلها المحدد لإنجاحها.
- أن يباشر المتدرب العمل بالمهارة تحت إشراف المدرب.
- أن يطور المتدرب سلوكه المعرفي (الذهني) في ضوء التغذية الراجعة الإيجابية.
- التشديد والتأكيد على تثبيت السياق السليم لخطوات المهارة بالشكل الذي يؤدي إلى أدائها بشكل جيد الأداء

- تكرار التدريب على المهارة لتحقيق الدقة والإقتصاد في طريقي الإرشاد والتوجيه
- تذويت المهارة في نفس المتدرب والاعتياد (Habituation) على أدائها بشكل أوتوماتيكي أو لا شعوري بأقل مجهود وبأكثر مردود وبزمن قياسي.

ولكي يتم كل ذلك فلا بد من عمل ما يلي:

1. تحديد المهارة المستهدفة.
2. تحليل هذه المهارة.
3. تحديد الهدف الأدائي المراد تحقيقه.
4. تحديد الخطوات المتلاحقة التي تضمن حصولها.
5. تحديد الوسائل والأنشطة والفعاليات والخبرات التي تؤدي إلى تنفيذ المهارة.
6. تحديد الخطوات التي سوف يتم تنفيذ المهارة من خلالها.
7. تحديد طريقة معينة ومناسبة لتقويم المهارة، تأخذ بعين الإعتبار طبيعة المهارة والوسائل المتاحة وعنصر الزمن والظرف أو الموقف الذي تحدث من خلاله وعدد مرات حدوثها، أي الأخذ بعين الإعتبار المعيار المتبع في التقييم.

ومن الأمثلة على تحديد المهارة :أن يكتب المتدرب اسمه على اللوح خمس مرات بخط واضح وجميل خلال دقيقة في غرفة الصف.

3.3.3. سمات معلم المهارة الذهنية:

يمكننا تلخيص سمات معلم المهارة الذهنية في النقاط الآتية:

- أن يكون ملماً بالإطار المعرفي لهذه المهارة وبخطواتها.
- أن يكون على درجة عالية من الإتقان لها.
- أن يحدد أهداف النشاط المرجو من ورائها.
- أن يثير دافعية المتدرب بالوسائل المتعددة.
- أن يقدم التغذية الراجعة المناسبة للمتدرب.
- أن يقدم عروضاً توضيحية أو أن ينمذج هذه المهارة للمتدرب.
- أن يظهر الحماس والاهتمام لأداء المهارة.
- الإصرار على أداء الطلبة للمهاة بطريقة صحيحة.

- تعزيز الجهود المبذولة من المتدرب نحو النجاح.
- يتلقى التغذية الراجعة من المتدربين.
- يكون شريكاً حقيقياً للمتدربين في أداء المهارة.
- يحافظ على الإنضباط والنظام والترتيب في أداء المهارة.
- إبعاد الطلبة الموهوبين عن الشعور بالملل.

3.3.4. أساليب واستراتيجيات التفكير:

يرى كثير من الباحثين أن يكون تعليم مهارات التفكير وعملياته بصورة مباشرة بغض النظر عن محتوى المواد الدراسية بينما يرى آخرون أنه يمكن إدماج هذه المهارات والعمليات ضمن محتوى المواد الدراسية وكجزء من خطط الدروس التي يحضرها المعلمون كل حسب موضوع تخصصه ويمكن تلخيص أهم الفروق بين الاتجاهين في الجدول الآتي: (جروان ،1999، 28).

الجدول رقم (4) المقارنة بين أسلوب المباشر والدمج المتكامل في تعليم التفكير

الأسلوب المباشر	أسلوب الدمج المتكامل
تعليم مهارات التفكير على شكل مهارات مستقلة عن محتوى مواد دراسية	تعليم مهارات التفكير يمثل جزءاً من الدروس الصفية المعتادة
يتم تحديد المهارة او العملية ويعطى المصطلح في البداية	لا يتم افراد حصه ولا يتم تركيز على المصطلح بصوره مباشرة
لا يوجد علاقه لمحتوى الدرس بالمنهج العادي	محتوى الدرس درس الذي تعلم فيه المهارة جزءاً من المنهج المعتاد
يراعى ان يكون محتوى الدرس بسيطا حتى لا يتداخل او يعقد تعلم مهارة التفكير	يصمم المعلم الدرس وفق المنهاج المعتاد ويضمن المهارة التي يريدها
يتم الانتهاء من برنامج تعليم مهارات التفكير خلال فتره زمنية معينة	لا يتوقف ادماج مهارات التفكير مع المحتوى الدراسة طيلة سنوات دراسية

وقد لا يكون الدمج بين الأسلوبين مستحيلا بل ربما يكون مفيدا إذا وجدت الإرادة والخبرة لدى المعلم، وقد يكون هناك ما يبرر إعطاء وقت أطول لتعليم مهارات التفكير ضمن الحصة وفي حدود المنهاج المعتاد، ويرى كثير من الباحثين أنه لا ضرر من تسمية مهارة التفكير التي ينوي المعلم التركيز عليها في الحصة قبل تقديمها وشرحها على أن يتم مراعاة طبيعية المادة الدراسية ونوع مهارة التفكير الملائمة.

أما عن الاستراتيجيات فيقترح باير (إبراهيم ، ٢٠٠٥ : ٦٤) استراتيجية منظمة التعليم مهارات التفكير تنسجم مع اتجاه الدمج لتعليم مهارات التفكير ضمن سياق تعليم المواد الدراسية المختلفة، وتتكون هذه الإستراتيجية من ست خطوات هي:

1. يقدم المعلم مهارة التفكير المقررة ضمن سياق الموضوع الذي يدرسه ويبدأ بذكر وكتابة اسم المهارة كهدف للدرس، ثم يعطي كلمات مرادفة لها في المعنى ويعرف المهارة بصورة مبسطة وعملية وينهي تقديمه بأن يستعرض المجالات التي يمكن أن تستخدم المهارة فيها وأهمية تعلمها.
2. يستعرض المعلم بشيء من التفصيل الخطوات الرئيسية التي تتبع في تطبيق المهارة والقواعد المعينة للطالب عند استخدامها.
3. يقوم المعلم بمساعدة الطلاب في تطبيق المهارة خطوة خطوة، مشيراً إلى الهدف من القواعد والأسباب وراء كل خطوة ويفضل أن يستخدم المعلم مثالاً من الموضوع الذي يدرسه.
4. يقوم المعلم بإجراء نقاش مع الطلبة بعد الانتهاء من التطبيق لمراجعة الخطوات والقواعد التي أتبعت في تنفيذ المهارة.
5. يقوم الطلبة بعمل تمرين تطبيقي آخر بمساعدة وإشراف المعلم للتأكد من اتقانهم للمهارة ويمكن أن يعمل الطلبة فرادي أو على شكل مجموعات صغيرة.
6. يجري المعلم نقاشا عاما بهدف كشف وجلاء الخبرات الشخصية للطلبة حول كيفية تنفيذهم للمهارة ومجالات استخدامها داخل المدرسة وخارجها.

اقترح مارزانو (٢٠٠٣، ١٢٠) أيضاً إستراتيجية لحل المشكلات بعنوان (حلقة التفكير) تقوم على أساس التفكير الصحيح إلى حل المشكلات ليس تفكيرا خطياً باتجاه واحد بل هو تفكير دائري تتواصل حلقاته أثناء حل المشكلة وبعد حلها وتتألف هذه الإستراتيجية من خطوات يمكن تلخيصها في :

الإحساس بوجود مشكلة وتحديد طبيعتها وأسبابها ومتطلبات حلها، مع وضع خطة للحل، والبدء بتنفيذ الخطة، كذلك متابعة عمليات التنفيذ ومراجعة الخطة وتعديلها في ضوء التغذية الراجعة والاستفادة من تقييم المشكلة مستقبلاً.

وفيما يلي توضيح لأهم المهارات التي يمكن تنميتها من خلال مقرر الرياضيات:

3.3.5. التفكير الرياضي:

يعّرف (الكرش، 2000، ص90) التفكير الرياضي بأنه نشاط عقلي منظم يتسم بالمرونة، ويهدف إلى حل المشكلات الرياضية باستخدام بعض المهارات التالية (الاستقراء، والاستنباط، والتعميم، والمنطق الشكلي، والبرهان الرياضي، والتعبير بالرموز، والتصور البصري، والتفكير العلاقي، والتفكير الاحتمالي)

وعرف (كرم، ١٩٩٣، ص57) التفكير الرياضي أنه: نشاط عقلي يكتسب الفرد من خلاله المعلومات، أي إنه نشاط عقلي يساعد على تكوين فكرة أوحل مشكلة أو اتخاذ قرار.

ويعرفه (عفانه ونبهان، 2003، ص109): بأنه مجموعة من العمليات العقلية المنظمة التي يقوم بها الطالب عندما يواجه موقفاً أو مشكلة أو مسألة تتحدى قدراته ولا توجد إجابة جاهزة لها، مما يدفع الطالب إلى مراجعتها، بما يساعده على ترتيب خبراته الرياضية السابقة للقيام بعملية البحث والتنقيب عن الحل النهائي.

يتوضح التفكير الرياضي ويتحدد من خلال مهاراته المختلفة:

أولاً: مهارات التفكير الرياضي:

يمكن تحديد مهارات التفكير الرياضي الرئيسة من خلال الدراسات السابقة للباحثين التربويين كما يلي:

1. الاستقراء:

هو أحد الأنماط الرئيسية للتفكير الاستدلالي، وهومن أهم أنواع التفكير الخاصة بمادة الرياضيات واكتشافها، لأن الرياضيات تعتمد أساساً على تحليل الحالات المختلفة لإدراك خصائصها والوصول منها إلى الخصائص المشتركة العامة لاستخلاص قاعدة معينة أو حالة عامة محددة(أبو العباس والعطروني، ١٩٨٦، ص95).

ويعرفه (الخطيب، عبابنه، 2011، ص192) بأنه" الوصول إلى الأحكام العامة، أو النتائج اعتماداً على حالات خاصة، أو جزئيات من الحالة العامة، أي إن الجزئيات أو الحالات الخاصة هي أمثلة من الحالات العامة أو النتيجة التي تم استقراؤها".

وعلى هذا يمكن استنتاج مهارة الاستقرار بأنها عملية عقلية يتم من خلالها فحص الحالات الفردية وتحليلها لاشتقاق القاعدة العامة منها.

ويمكن تحديد المهارات الفرعية للاستقراء بما يلي:

1. يحدد عدة أمثلة عن القانون المراد استخراجه.
2. يحدد الفرق والنقاط المشتركة بين الأمثلة.
3. يكتب الصيغة اللفظية أو الرمزية للقانون.

2. الاستنتاج:

يعرفه (الخطيب، عبابنه، 2011، ص192): بأنه الوصول إلى نتيجة خاصة اعتماداً على مبدأ عام أو مفروض، أو هو تطبيق المبدأ أو القاعدة العامة على حالة أو حالات خاصة من الحالات التي تنطبق عليها القاعدة أو المبدأ.

ويعرفه (حبيب، ١٩٩٦) بأنه التفكير الذي يعتمد على انتقال الفرد من العموميات أو الكليات أو المفاهيم أو النظريات إلى الخصوصيات أو الجزئيات أو الملاحظات والتجارب.

من خلال العرض السابق يمكن تحديد مهارة الاستنتاج بأنها قدرة المتعلم على تطبيق القاعدة العامة على حالة خاصة من الحالات التي تنطبق عليها هذه القاعدة العامة.

ويمكن تحديد المهارات الفرعية للاستنتاج فيما يلي:

1. يكتب القاعدة أو القانون بشكل مباشر
2. يطبق القانون أو القاعدة في تطبيق مباشر أو مثال
3. يطبق القانون أو القاعدة في حل المشكلات

3.البرهان الرياضي:

تحدد مهارات فرعية للبرهان الرياضي هي:

1. يكتب الصياغة الرمزية أو اللفظية لمعطيات المسألة
2. يكتب الصياغة الرمزية أو اللفظية لمتطلبات المسألة

3. يشتق النتائج من المعطيات مع بيان السبب
4. يحدد العلاقة بين المعطى والمطلوب
5. يستخدم الأشكال الهندسية بما يتناسب خطوات المسألة

4.التعبير بالرموز:

عرّفه (الطويل، ١٩٩١، ص90) بأنه أسلوب يقوم على استخدام الرموز في التعبير عن المعطيات اللفظية أو الأفكار الرياضية والعكس.

كما عرّفه كل من (عبد الحفيظ، ١٩٩٢، ص126) بأنه استخدام الرموز في التعبير عن الأفكار أو المُعطيات اللفظية، أي اتجاه واحد من اتجاهي التفكير الرمزي.

وعرفه (الخطيب وعبابنه، 2011، ص193) بأنه استخدام الرموز للتعبير عن الأفكار الرياضية أو عمّا يتضمنه الموقف الرياضي، ومثال ذلك نوع التفكير المستخدم في حل مسائل الجبر والهندسة.

ويمكن مما سبق استنتاج أن مهارة التعبير بالرموز تعني قدرة المتعلم على التعبير عن الأفكار أو المعطيات اللفظية أو المسائل باستخدام الرموز الرياضية.

وتحدد المهارات الفرعية للتعبير بالرموز في:

1- يحدد المتعلم العبارة اللفظية للعلاقة الرياضية
2- يحول العبارة اللفظية السابقة إلى رموز رياضية

5.التصور البصري المكاني:

يُعرِّف (عبد الحليم، ١٩٩٤، ص180) التصور البصري المكاني بأنه " القدرة علي تداول الصور الذهنية وتصور حركة الأشكال وعلاقة بعضها ببعض من حيث التشابه والاختلاف عند دورانها في اتجاه عقارب الساعة أو عكس هذا الاتجاه ."

يقسم (السيد، ١٩٧٦، ص209)، القدرة المكانية إلي نوعين اثنين:

1- القدرة المكانية الثنائية.
2- القدرة المكانية الثلاثية

حيث تدل الأولى على التصور البصري لحركة الأشكال المسطحة مثل دورة الأشكال المسطحة على سطح الورقة في اتجاه عقرب الساعة أو عكسه أي في بعدين، أما الثانية فتدل على التصور البصري لحركة الأشكال في دورتها خارج سطح الورقة أي في البعد الثالث للمكان (الفراغ).

ويعرّف بياجيه التفكير البصري، بأنه "قدرة عقلية مرتبطة بصورة مباشرة بالجوانب الحسية البصرية، حيث يحدث هذا النوع من التفكير عندما يكون هناك تنسيق متبادل بين ما يراه المتعلم من أشكال ورسومات وعلاقات، وما يحدث من ربط ونتاجات عقلية معتمدة على الرؤية والرسوم المعروضة.(عفانة، 2001، ص67)

ومما سبق يمكن استنتاج أن التصور البصري المكاني هو المعالجة الذهنية وتخيل وضع الأشكال الهندسية المستوية وحركتها في أي اتجاه على سطح المستوي وما يحدث من ربط ونتاجات عقلية معتمدة على الرؤية والرسوم المعروضة.

وتحدد المهارات الفرعية التصور البصري فيما يلي:

1- يوضح بالرسوم الأوضاع المختلفة للأشكال الهندسية الممثلة للقوانين والقواعد
2- يربط بين المعطيات النظرية والأشكال التوضيحية

مما سبق يمكن ملاحظة أن لمهارات التفكير الرياضي مهارات أساسية وتتفرع عنها مهارات فرعية أخرى، وعلى المعلم أن يقوم بتنمية هذه المهرات من خلال التدريب المستمر والمتنوع والمتدرج، وقد يحتاج المتعلم لعام دراسي كامل حتى يتقن هذه المهارات كاملة، وتلعب هنا الفروق الفردية وأسلوب المعلم والبيئة المحيطة بالمتعلم والكتاب المدرسي دوراً مهماً في اكتساب هذه المهارات ويشكل اكتساب مهارات التفكير الرياضي هدفاً أساسياً لمقرر الرياضيات إلا أنه ليس الوحيد وهناك مهارات أخرى تساعد دراسة الرياضيات على اكتسابها مثل مهارات التواصل الرياضي.

3.3.6. التواصل الرياضي:

دخل منحى تعليم الرياضيات مساراً جديداً في الجمهورية العربية السورية بعد أن أصبح بناء مناهج الرياضيات من وظيفة المركز الوطني لتطوير المناهج، حيث اعتمد مدخل المعايير

لتطوير المناهج الجديدة، كما دخلت مفاهيم جديدة تم اعتمادها في معايير ودراسات عالمية كمفهوم التواصل الرياضي، والحس العددي، فالحياة المعاصرة ومتطلباتها اليومية جعلت من غير المقبول أن تُدرَّس الرياضيات كمادة مجردة تقوم على مفاهيم غير مرتبطة بالواقع ومبهمة التطبيق العملي لدى التلاميذ، وارتفعت الدعوات إلى جعلها مرتبطة بالحياة ولها فائدة عملية يُستفاد منها في حل المشكلات اليومية، وهذا يتطلب أن يكون التلميذ على دراية كاملة بكيفية استخدام الرياضيات ورموزها ولغتها الخاصة التي تساعده على فهمها بشكل أفضل.

وتُعد الرياضيات لغة لها مفرداتها وقواعدها، ولهذه اللغة وظيفة مهمة وهي التواصل بها ومن خلالها، وهو ما يعرف بالتواصل الرياضي أي التواصل بلغة الرياضيات، ويكون موضوع التواصل إما رياضياتياً عندما يتم بلغة الرياضيات حول موضوع فيها، أو غير رياضياتي حينما يتم بلغة الرياضيات حول موضوع ما في مجال آخر، كالاقتصاد مثلا مستخدمين في ذلك مفردات اللغة الرياضية من أعداد ومتوسطات ونسب مئوية وغيرها من الإحصائيات (نصر، 2009، ص12) .

وقد قدمت الدراسات عدة تعريفات مختلفة لمهارات التواصل الرياضي، يمكن توضيح عدد منها فيما يأتي:

- عرفها سلام (2004، ص13) بأنها قدرة التلميذ على استخدام لغة الرياضيات بما تحويه من رموز ومصطلحات وأشكال وعلاقات للتعبير عن الأفكار والعلاقات الرياضية، وفهمها وتوضيحها للآخرين.
- وعرفها مراد والوكيل (2006، ص144) بأنها تبادل الأفكار والمعلومات والآراء الرياضية للمعلم وتلاميذه، والتلاميذ أنفسهم عن طريق التحدث والاستماع والقراءة والكتابة والتمثيل.
- وعرفها عيسوي والمنير(2008، ص57): بأنها القدرة على التعبير عن الأفكار الرياضية بوساطة التحدث والكتابة والعرض والتمثيل، والفهم والتفسير وتقويم الأفكار الرياضية المقدمة في أشكال مكتوبة أو شفهية أو بصرية، واستخدام المفردات

والمصطلحات والتركيبات الرياضية لعرض الأفكار ووصف العلاقات ونمذجة المواقف.

ومن الملاحظ أن التعريفات السابقة بعضها ركز على التواصل الرياضي بين المتعلمين والمادة الرياضية، أو بين المعلمين والتلاميذ، والبعض الآخر ركز على التواصل بين التلاميذ أنفسهم، في حين اهتم آخرون بتصنيف مهارات التواصل الرياضي إلى كتابي وشفهي.

وعلى ضوء التعريفات السابقة:

تُعرف مهارات التواصل الرياضي بأنها: قدرة التلميذ على استخدام المفردات والرموز والمفاهيم الرياضية في التعبير عن الأفكار والعلاقات الرياضية وتوضيحها لتبادل الأفكار والمعلومات والآراء الرياضية مع المعلم وأقرانه من التلاميذ، من خلال تمكنه من مهارات (القراءة الرياضية، والتعبير الكتابي الرياضي، والتعبير الشفهي الرياضي، والاستماع الرياضي، والتمثيل الرياضي).

وسيتم عرض مهارات التواصل الرياضي بالتفصيل فيما يأتي:

1. مهارة القراءة الرياضية:

تشكل القراءة حيزاً مهماً في مجال مهارات التواصل الرياضية، وخاصة عند التعلم الذاتي أو عندما يستخدمها التلميذ في الواجبات المنزلية أو الاختبارات التقويمية.

ويعرف فكري (1995، ص222) القراءة الرياضية بأنها عملية سيكو لغوية تشمل إدراك الكلمات والرموز الرياضية أو الأشكال وربط المعنى الحَرْفي بالكلمات وتحليل العلاقات وصياغة المشكلات في صورة لفظية.

وتعرف سيد (2017، ص41) القراءة الرياضية بأنها قدرة التلميذ على النطق السليم والصحيح للمفردات الرياضية، وتحديد المعاني اللفظية للمفردات الرياضية وتحليل العلاقات بين المفردات الرياضية وحل المسائل.

ويُعرف بأنه قدرة التلميذ على فهم وتحليل وتقويم النصوص الرياضية المقروءة بما تشمله من مفاهيم، ورموز، وتعميمات، ومعادلات، ومسائل، وتحديد المعاني اللفظية للمفردات الرياضية وتحليل العلاقات بين المفردات الرياضية وحل المسائل.

تختلف القراءة الرياضية عن باقي أنواع مهارات القراءة التي تستخدم في المواد الدراسية، حيث لها أنماطها ومستوياتها الخاصة التي أشار لها الباحثون كما يأتي:

تتضمن الرياضيات – باعتبارها لغة – نمطين أساسيين :الأول هو لغة الكلمات والمصطلحات، أي المفردات الخاصة المتعلقة بالنظام الرياضي، والثاني هو الرموز، ولقراءة الرياضيات قراءة صحيحة يجب أن يتمكن التلاميذ من قراءة كل من هذين النمطين من اللغة الرياضية، وترجمة أحدهما إلى الآخر، ثم إن الكفاءة في استخدام كلا النمطين يُعد مطلباً أساسياً (الشقرة، ٢٠٠٦، ص١٣١).

ولقد ذكر عبد الفتاح (2008، ص21) أربعة مستويات لعملية القراءة الرياضية داخل الصف، وهي:

- إدراك الرموز.
- تحديد المعاني اللفظية للرموز.
- تحليل العلاقات بين الرموز.
- حل التمارين الرياضية المصوغة في شكل مسائل لفظية.

ولكي ينجح التلميذ في أية مرحلة، لا بد أن يكون قد أنجز كل المراحل السابقة لها بنجاح، فلكي يحل التلميذ المسألة اللفظية ينبغي أن يكون قادراً على قراءة المسألة وإدراك الرموز في نص المسألة، وربط المعنى الحرفي لكل رمز ويحلل العلاقات بين الرموز ثم يكون قادراً على حلها.

ويمكن توضيح هذه المهارة من خلال المثال الآتي:

أن يقرأ التلميذ التعميم الآتي ويقدم مثالاً عددياً يوضحه:

"عندما نجمع عددين من إشارتين مختلفتين نطرح بُعد أقربهما عن الصفر من بُعد الآخر ثم نرفق بالناتج إشارة الأبعد"

- **أهمية مهارة القراءة الرياضية:**

إن من أهم مقومات التعليم الجيد للرياضيات هو القدرة على قراءتها قراءة سليمة وصحيحة، وفهم دلالة الرموز والمصطلحات والأشكال، وإدراك معنى الصيغ الرياضية، وهذا يتطلب

جهداً من المعلم ومهارة من التلميذ، إذ إن لغة الرياضيات لها خصوصيتها التي تميزها، كما أن القراءة الجيدة للرياضيات تزيد من دافعية التلاميذ لتعلمها (Balas, 1997, P34).

وتختلف القراءة الرياضية عن القراءة العامة، إذ إن القراءة الرياضية تحتاج إلى دقة ونظامٍ، ومرونة وتركيزٍ عن القراءة العامة التي يمكن أن تتم من دون توجيه الانتباه إلى التفاصيل، كما يمكن للقارئ التحول من جزء إلى آخر وحذف بعض الفقرات، أما عند قراءة الرياضيات فيجب أن يعرف القارئ المعنى الدقيق لكل مصطلح أو رمزٍ رياضي وليس هنالك مجال للمعاني الضمنية، وأثناء دراسة نظرية أو كتابة برهان لا يمكن اجتيازه فقرة لم تُفهم، إذ إن كل مفهوم له معنى محدد، ويلعب دوراً في فهم مبدأ معين داخل المشكلة الرياضية (الكناني وآخرون، 2013، ص8)

ويرى كل من القرشي (2012، ص23)، والسواعي (2004، ص22)، والسعيد (2005، ص3) أن الاهتمام بتنمية مهارة القراءة يمكن أن يسهم في:

1. استيعاب التلميذ لطرائق حل المشكلات الرياضية المقروءة بدقة ووضوح، وصياغتها بلغة منطقية مفهومة، وتبرير استجاباته واستنتاجاته.
2. تقدير التلميذ جمال لغة الرياضيات، ودقتها وإيجازها، وكفاءة رموزها في التعبير عن الأفكار الرياضية.
3. استخدام التلميذ للرموز والمصطلحات الرياضية في حل مشكلات رياضية وغير رياضية.
4. تزيد مهارة القراءة من دافعية التلميذ نحو تعلم الرياضيات.
5. تشجيع التلميذ على القراءة، والاطّلاع، والبحث في موضوعات مادة الرياضيات ومجالاتها.
6. تطوير مهارة التعلم الذاتي.

- **مهارات القراءة الرياضية:**

تحدد مهارات القراءة الرياضية بما يأتي:

1- يقرأ التلميذ المعادلات والرموز الرياضية بشكل صحيح.

2- يسمي المجسمات الهندسية بطريقة صحيحة.

3- يحلل مسألة رياضية قام بقراءتها إلى فرضيات.

4- يحلل من مسألة رياضية قام بقراءتها المطلوب إيجاده.

5- يعرف مصطلحاً ورمزاً قام بقراءته.

6- يعطى أمثلة عن مفهوم وتعميم قام بقراءته.

7- يحدد ناتج عبارة حسابية قام بقراءتها.

8- يحكم على اتساق وتناقض معلومات قام بقراءتها.

9- يستخرج النتائج والمعطيات من الجداول المقروءة.

10- يستخرج النتائج والمعطيات من مستقيم الأعداد.

11- يطبق القواعد الرياضية المقروءة بشكل صحيح.

12- يكمل عبارة وعلاقة رياضية قام بقراءة جزء منها.

13- يميز الصياغات المتكافئة وغير المتكافئة للنص العلمي نفسه.

ويؤكد عبيد (2004، ص53) أنه لتنمية وتفعيل مهارات القراءة الرياضية ينبغي توفير فرص لأن يقرأ التلميذ ويفسر ويشرح ما يقرؤه ويضيفه إلى معلومات معطاة له ويعيد التعبير عنها. وينظمها، وأن يستطيع أن يتبين ما إذا كانت البيانات المعطاة متسقة أم أن هناك تناقضاً، وهل كل المعلومات "مستقلة" أم أن بعضها مكرر يعطي المعلومات المعطاة نفسها وربما بصورة أخرى، مثلاً يتوقف التلميذ ناقداً عندما يُواجَه بسؤال مثل: أوجد عدداً زوجياً يقبل القسمة على 2، لأنه يدرك أن "عدداً زوجي" و "عدداً يقبل القسمة على 2" عبارتان مترادفتان وواحدة منهما تكفي. لقد اعتاد التلميذ أن يقرأ الرياضيات، وعليه أن يعتاد أيضاً أن يتحدث بها ويفسرها.

مما سبق يتوضح أن مهارات القراءة الرياضية لا تعني قدرة التلميذ على القراءة الجهرية فقط، وإنما تتعدى ذلك إلى تفسير وفهم ما قام بقراءته، وإجراء عمليات عقلية عليا أيضاً، من تفسير وتحليل للمقروء، وفي مستوى أعلى فإن مهارات القراءة الرياضية عملية نقد وإطلاق الأحكام

على المادة العلمية الرياضية، وفي ضوء ذلك يمكن القول إن مهارات القراءة الرياضية تتطلب مهارات تفكير من قبل التلميذ حتى يستطيع إتقانها.

- **دور المعلم في تنمية مهارات القراءة الرياضية:**

لخص القرشي (2012، ص23) الأنشطة التي يمكن من خلالها تنمية هذه المهارات من خلال مراجعة عدة دراسات في النقاط الآتية:

1. تعليم التلاميذ كيفية قراءة كتاب الرياضيات المدرسي.
2. توجيه ومساعدة التلاميذ على فهم المفردات الرياضية، خاصة عند قراءة المشكلات اللفظية بصوت عالٍ.
3. مساعدة التلاميذ على مواصلة القراءة إذا ما توقفوا في أثنائها.
4. توجيه أسئلة تفسيرية أثناء القراءة لإثراء فهم التلاميذ بمفردات اللغة الرياضية.
5. استنتاج التلاميذ للأفكار العامة والرئيسة بعد قراءة النص الرياضي.

من خلال استعراض مهارة القراءة وأهميتها ومهارتها الفرعية المختلفة يُلاحظ أهمية المهارة في تعلم الرياضيات، فالتلميذ الذي لا يستطيع قراءة الأشكال والرموز لن يكون لديه القدرة على حل المسائل أو فهم التعميمات والنظريات، مما يستدعي الاهتمام الدائم بتنميتها.

2.مهارة التعبير الكتابي الرياضي:

يتميز المستوى المتوسط والمتقدم لتعليم الرياضيات في القدرة على الكتابة الرياضية، وهي مهارة تشكل العلامة الفارقة بين التلميذ الجيد والتلميذ الضعيف.

وتضيف طافش (2011، ص22) أن الكتابة أداة مهمة جداً في عملية التعلُّم بشكل عام، والرياضيات بشكل خاص، وهي تساعد على تحسين عملية التفكير والفهم، وتعطي القدرة على التعبير عن الأفكار والمفاهيم والعلاقات الرياضية وتوصيل ذلك للآخرين.

وتعرف سيد (2008، ص44) التعبير الكتابي الرياضي أنه استخدام المفردات الرياضية والمصطلحات والتراكيب للتعبير عن الأفكار الرياضية في صورة مكتوبة أو مصورة.

كما يذكر حمادة (2009، ص318) أن الكتابة الرياضية تعني" :استخدام المعرفة الرياضية، والمصطلحات والتراكيب للتعبير عن الأفكار الرياضية في صورة مكتوبة أو مصورة، وينبغي استخدامها بصورة منتظمة للوصول إلى التواصل الكتابي ضمن أنشطة حصة الرياضيات، لكي تمد المعلمين بمصادر للمعلومات عن تفكير التلاميذ في الرياضيات وتقويم تعلمهم".

ويعرفها عبيد (2004، ص55) بأنها استخدام المفردات الرياضية والمصطلحات والتراكيب للتعبير عن الأفكار بصورة مكتوبة.

تعرف مهارة الكتابة الرياضية أنها قدرة التلميذ على التعبير عن المفاهيم والتعميمات، وخطوات إيجاد العبارات الحسابية، وحلول المشكلات والمسائل الرياضية كتابياً بطريقة واضحة وصحيحة ومنتظمة ودقيقة.

ويوضح عبد الفتاح (2008، ص 25–24) أن الكتابة من أجل التعلم في دروس الرياضيات يمكن حصرها في الأنواع الآتية:

1. الكتابة المقالية.
2. ابتكار المسائل الرياضية اللفظية.
3. كتابة الأوراق والتقارير البحثية.
4. إجابة التدريبات الصفية.

ويمكن توضيح هذه المهارة من خلال المثال الآتي:

أن يكون التلميذ قادراً على كتابة خطوات حل السؤال الآتي بشكل صحيح:

أوجد ناتج ما يأتي:

$$5\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}$$

كتابة الحل:

$$5\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}=(5+2)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$$

$$=7+\left(\frac{3}{12}+\frac{4}{12}\right)$$

$$=7+\frac{7}{12}$$

$$=7\frac{7}{12}$$

- **أهمية مهارة التعبير الكتابي الرياضي:**

يُعد التعبير عن لغة الرياضيات بالكتابة المنظمة أحدَ أهم مهارات التواصل الرياضي، فهي أداة أساسية في عملية تعليم الرياضيات، إذ إنها تجبر الطلبة على التريّث الذي يعمل على تحسين عملية التفكير والفهم، كما أنّها تعطيهم القدرة على التعبير عن الأفكار، والعلاقات، وتسجيل استجاباتهم وتوصيلها للآخرين، وتعتبر الكتابة الرياضية استراتيجية تدريس قوية، لأنها تضمن اشتراك جميع التلاميذ في الأنشطة. (العيد،2014، ص22)

ويشير مراد والوكيل (2006، ص38) وحمادة (2009، ص 319) إلى أن هناك العديد من الفوائد التي تعود على التلميذ عندما يتمكن من مهارة التواصل الكتابي في الرياضيات، ومن هذه الفوائد:

1. تنمية الاتجاه الإيجابي نحو الرياضيات.
2. تمكن التلميذ من التفكير في المهمة الرياضية المسندة إليه، من خلال معرفته السابقة بطريقة تُعبِّر عن المفاهيم والعلاقات الرياضية.
3. تساعد التلاميذ في التعبير عن أفكارهم، وتعطي المعلمين إرشادات عن عمليات التفكير ومادتها لدى التلاميذ.
4. تطبيق أساليب رياضية مناسبة في مواقف حل المشكلات.
5. تفتح قنوات للتواصل بين التلاميذ والآخرين.
6. التعرف على فهم التلاميذ المتنوع للفكرة نفسها.

7. للكتابة أهمية كبيرة في التغذية الراجعة للمتعلمين من خلال التعبير عن أفكارهم بطريقة مكتوبة.

ويضيف براون(Brown, 1994, p86) أنه من فوائد هذه المهارة إمكانية التحصيل في الرياضيات، أما عبيد(2004، ص55) فيرى أن تعليم وتعلم الرياضيات يتضمن تعويد الطلبة على الكتابة الصحيحة للرياضيات، فعند حل المشكلات أو المسائل في الاختبارات التحريرية ينبغي أن يتعلم التلميذ كيف يعبر عن الحل بطريقة صحيحة، ومنظمة، كترتيب العمليات الحسابية ووضع الرموز العددية والجبرية وكتابة البراهين، وكتابة التمييز في المسائل الحسابية، وموقع علامة التساوي، إذ تتضمن مهارة الكتابة استخدام المفردات الرياضية والمصطلحات والتراكيب للتعبير عن الأفكار بصورة مكتوبة أو مصورة.

إن الكتابة الرياضية المنظمة تساعد التلميذ على الحل الصحيح للمسائل والمشكلات الرياضية، الأمر الذي قد ينعكس إيجاباً على قدرات التلميذ الرياضية.

- **مهارات التعبير الكتابي الرياضي:**

تحددت مهارات الكتابة الرياضية بما يأتي:

1- يكتب التلميذ موقف حياتي يتطلب عملية حسابية.
2- يكتب خطوات حل مسألة رياضية.
3- يكتب وصفاً لأنماط عددية.
4- يكتب الترتيب الصحيح لمقادير رياضية.
5- يكتب وصفاً لخصائص شكل معطى.
6- يفسّر النتائج والعلاقات الرياضية كتابياً.
7- يعيد كتابة المفهوم بعدة طرائق مختلفة.
8- يستخدم الكتابة المختزلة لوصف العبارات الحسابية.
9- يكوّن معادلة رياضية من علاقات معطاة.

لقد تعددت تصنيفات المهارات الكتابية الرياضية وذلك نظراً لأهمية هذه المهارات في تعلم الرياضيات، ومن الملاحظ تنوع المهارات الفرعية حسب المرحلة الدراسية التي يتناولها البحث، أو حسب طبيعة المادة الرياضية إن كانت هندسة أو جبر.

وكما أن مهارات القراءة الرياضية تعتمد على عمليات عقلية عليا، فإن التعبير الكتابي أيضاً يعتمد على قدرة التلميذ على تنظيم وتسلسل الأفكار، والتعبير عنها كتابياً، وتكشف مهارة الكتابة عن فهم التلميذ ومدى استيعابه للمفاهيم والفقرات والتعميمات التي درسها، كما أنها تحتاج إلى مستوىً عالٍ من القدرات العقلية في استخدام الرموز بشكل صحيح ومنطقي، وخاصة المعادلات الحسابية والجبرية والتطبيقات الهندسية لدى التلاميذ.

- **دور المعلم في تنمية مهارة التعبير الكتابي الرياضي:**

أشار حمادة (2009، ص320) إلى بعض الأنشطة التي ينبغي أن يأخذ بها معلم الرياضيات، لتنمية مهارة التعبير الكتابي الرياضي لدى التلاميذ منها:

1. قراءة المعلم لكتابات التلاميذ، والتعليق على أوراقهم ثم إعادتها إليهم.
2. ينبغي للمعلم أن يكتب المسألة الرياضية، ويفكر فيها من زوايا متعددة للحل الصحيح قبل العرض على التلاميذ.
3. ينبغي أن يستخدم الألفاظ في كتابة المسألة الرياضية أو الحل، بحيث تناسب مستويات التلاميذ مع تقديم التوجيهات المناسبة.
4. توجيه مسائل صفية، وأنشطة بيتية، تحث التلاميذ على الكتابة الرياضية.
5. البدء بالكتابة التي تركز على ما يعرفه التلاميذ من خلال خبرات سابقة، والاتجاه تدريجياً إلى ما لا يعرفونه.

مما سبق ترى الباحثة أن للمعلم دوراً أساسياً في اكتساب هذه المهارات من خلال تكثيف الأنشطة الكتابية، إما عن طريق الواجبات المدرسية أو من خلال الأنشطة الصفية.

3. مهارة التعبير الشفوي الرياضي:

اختلفت البحوث والدراسات في تسمية هذه المهارة فبعضها حددها بمهارة التحدث كدراسة طافش (2011)، ودراسة العيد (2014)، ودراسة حسين (2012)، أما في دراسة السر

(2015)، ودراسة حليوه (2015)، ودراسة رياني (2015)، ودراسة السعيد (2006) ودراسة عبد الفتاح (2008). فقد اعُتمد تسميتها بالمناقشة الرياضية.

يعود الاختلاف في التسمية إلى طبيعية المهارات الفرعية التي حددتها كل دراسة، وبالرجوع إلى آراء المحكمين وبحسب المهارات الفرعية التي اعتمدت عليها الباحثة فقد اصطلح تسمية هذه المهارة في هذا البحث بمهارات التعبير الشفوي الرياضي.

ويعرف الرفاعي (2001، ص28) مهارة التعبير الشفوي الرياضي أنها قدرة التلاميذ على عرض وتقديم معرفتهم الرياضية بالتعبير عنها شفهياً خلال تحدثهم مع المعلم أو مع التلاميذ الآخرين في بيئة تتسم بالحرية، والتشجيع على المشاركة التي تقوم على آراء ومقترحات الآخرين.

وتعرفها سيد (2008، ص 69) أنها الحوار الشفوي الذي يدور بين التلميذ والمعلم، بهدف الوصول إلى معلومات جديدة.

ويمكن تعريفها أنها قدرة التلميذ على التعبير عن الأفكار والمعلومات الرياضية، وحل المسائل الرياضية البسيطة شفوياً بطريقة صحيحة ودقيقة.

- **أهمية مهارة التعبير الشفوي الرياضي:**

تعد مهارة التعبير الشفوي الرياضي أحدَ أشكال التواصل الرياضي التي يمارس التلاميذ خلالها مهارات التواصل الشفهية، ففيها تتاح الفرصة للتلاميذ ليتحدثوا أو يستجيبوا لأسئلة المعلم والآخرين مستخدمين رموزاً ومفردات لغة الرياضيات للتعبير عن الأفكار والعلاقات الرياضية.

أما مزايا مهارة المناقشة كما أوردها كينوسكي (Kinoski, 2010, P36) فتتمثل في النقاط الآتية:

1. نقل تفكير التلاميذ بطريقة مترابطة وواضحة إلى زملائهم ومعلميهم.
2. التعبير عن الأفكار والعلاقات بوضوح والترابط مع الآخرين.

3. إتاحة الفرص للتلاميذ لتفسير نتائجهم وخطوات الحل وتوضيح من أين حصلوا على هذه النتائج، وتحديد المصطلحات والمفاهيم الرياضية التي استخدموها في الحل.
4. إثارة التلاميذ وجذب انتباههم إلى المعلم، كما تساعدهم على خلق وابتكار مجموعة من المواقف الرياضية الحياتية التي تعزز فهمهم للرياضيات.
5. تساعد المعلم على تقييم فهم التلاميذ ومعرفة نقاط القوة والضعف في مدى استيعابهم.
6. استخدام حقيقي للغة الرياضيات في محادثة حقيقية، بين التلاميذ وبعضهم البعض، أو بين التلاميذ والمعلم.

كل ما سبق يشير إلى الأهمية الكبرى لهذه المهارة، وفيما يأتي عرض للمهارات الفرعية التي تنتمي إلى هذه المهارة.

- **مهارات التعبير الشفوي الرياضي:**

تحدد مهارات المناقشة الرياضية (التعبير الشفوي الرياضي) فيما يأتي:

1- يعبر التلميذ شفوياً عن التعميمات والمفاهيم الرياضية بطريقة صحيحة.
2- يقدم وصفاً شفوياً لموقف واقعي يتطلب عملية رياضية.
3- يذكر قانوناً رياضياً بطريقة صحيحة.
4- يقدم وصفاً شفوياً لأنماط عددية.
5- يقدم وصفاً شفوياً لأنماط هندسية.
6- يقدم وصفاً شفوياً لحل مسألة رياضية بسيطة بطريقة صحيحة ومنظمة.
7- يعيد التعبير عن المعلومات المعطاة بعدة طرائق.
8- يوضح مفهوم معطى بأمثلة شفوياً.
9- يقارن بين مفاهيم رياضية متقاربة شفوياً.
10- يعبر عن رأيه حول الأفكار الرياضية الواردة في الدرس شفوياً.

وقد تجنبت الكثير من الدراسات قياس هذه المهارة لصعوبة ذلك فهي تحتاج إلى بطاقة ملاحظة كدراسة العيد (2014) ودراسة الشمري (2013).

تعتمد جميع هذه المهارات بالدرجة الأولى على التفاعل الصفي، فإذا اعتمد المعلم الطريقة الإلقائية التقليدية فإن تنمية هذه المهارة تصبح أمراً مهملاً وغير ممكن.

ويذكر عبيد (2004، ص55) إن تحدث التلميذ عن الرياضيات، وبلغة الرياضيات، يقوي فهمه ويعطي للمعلم صورة واضحة عن مدى فهم التلميذ لما يقوله أو لمدى صحة الإجابة الشفوية عن سؤال، إن الاستجابة وردّة الفعل لسؤال يعطي فكرة جيدة عما إذا كان التلميذ يصمت بعض الوقت ليفكر أو أنه حاضر البديهة أو مجرد مستمع.

- **دور المعلم في تنمية مهارة التعبير الشفوي الرياضي:**

ذكر الرفاعي (2001، ص26) أن للمعلم دوراً كبيراً في تنمية مهارة التعبير الشفوي الرياضي لدى التلاميذ وذلك من خلال:

1. خلق ثقافة الرياضيات ذات المغزى داخل الصف.
2. توزيع المهام داخل الصف وتأسيس أدوار الشراكة بين المعلم والتلاميذ.
3. طرح مشكلات تجعل التلاميذ يفكرون ويشاركون بفاعلية ويوضحون ويبررون أفكارهم.
4. تقرير متى يرشد التلاميذ ويوجههم ومتى يتركهم ليواجهوا المسألة الرياضية بأنفسهم.
5. تعليم الرياضيات يعتمد على المناقشة والحوار في جو تسوده الألفة والاحترام المتبادل بين التلاميذ والمعلم.

وأضاف عليها السعيد (2005، ص32) وبدوي (2003، ص102) تشجيع المتعلمين على طرح أسئلة والبحث عن حلول بديلة بعد مناقشة المشكلات الرياضية.

يؤدي المعلم دوراً مهماً في تنمية هذه المهارة من خلال تبني طرائق التدريس الحديثة، ودفع التلاميذ للتعبير عن المفاهيم الرياضية والمشكلات، وهذا لا يتم إلا إذا تقبل المعلم أخطاء التلاميذ وذلك بعدم رفض أي إجابة مهما كانت ومناقشة التلاميذ بطريقة منطقية، وتدريبهم

على الأسلوب العلمي في تناول موضوعات الرياضيات مما قد يسهم بشكل فعال في تنمية هذه المهارة.

4. مهارة الاستماع الرياضي:

إن مهارة الاستماع الرياضي من المهارات الضرورية حتى يبدأ التلميذ استيعاب المفاهيم الأولية أو البسيطة لتكوين المفاهيم المركبة والتعميمات الرياضية بناءً عليها.

وتعتبر مهارة الاستماع من مهارات التواصل المهمة للمعلم والتلميذ، حيث يستفيد التلاميذ من الاستماع إلى أفكار الآخرين في تطوير إستراتيجيات التعامل مع أنشطة الرياضيات، والاستماع إلى ألفاظ رياضية منطوقة بصورة صحيحة، تعمل على تنمية عملية المناقشة (عبيد، 2004، ص57)

ويمكن القول أن الاستماع في مواقف التواصل الرياضي يحتاج إلى الاهتمام وانتباه للمحتوى والكلمات والعلاقات، حيث أن التواصل في الرياضيات يحدث بفاعلية فقط إذا تم إعداد وتدريب التلاميذ جيداً لكي يقوموا بكلا الدورين :الاستماع باهتمام إلى أفكار الآخرين، والتحدث عن فهمهم للرياضيات (السر، 2015، ص237).

ويعرفها السر (2015، ص237) أنها قدرة التلميذ على الاستماع بذكاء واهتمام للتعميمات الرياضية، والمصطلحات الرياضية، وتفسيرات العلاقات الرياضية، ووصف النماذج والأشكال الرياضية، بما يمكنه من التعبير عمّا سمعه بوضوح، وتفسير ما عبر عنه الآخرون بصورة رياضية صحيحة.

- **أهمية مهارة الاستماع الرياضي:**

يعتاد التلميذ إلى الاستماع الجيد لما يقوله المعلم أو يقوله زملاؤه، وللتأكد من حسن ذلك فقد يطلب المعلم من تلميذه تكرار ما سمعه ليتأكد من أنه سمعه بصورة صحيحة أو أنه فهم ما سمعه، وييسر ذلك تقوية مهارات التلاميذ في المناقشة داخل الصف وفي الإجابة الجيدة في الاختبارات الشفوية. وقد يطلب المعلم من التلميذ أن يفسر ما سمعه أو أن يعيد ما سمعه بلغته أو أن يناقش ما سمعه مع بعض أقرانه (تعاونياً) (عبيد، 2004، ص57).

كما يعتبر الاستماع الرياضي أحد الأشكال المهمة لتعلم التواصل الرياضي، فالاستماع إلى ألفاظ ولغة الرياضيات المنطوقة بصورة صحيحة يعمل على تطوير مقدرة التلميذ على نطق الألفاظ الرياضية بصورة صحيحة، والاستفادة من آراء وأفكار الآخرين في تطوير إستراتيجيات التعامل مع أنشطة الرياضيات (Baroody,1993, P108).

ويرى نيكول (Nicol,1999, P57) أن الاستماع لآراء الآخرين يؤدى إلى فهم الآخرين والاستفادة من آرائهم؛ لأنه ربما يكون لديهم رؤىً وأفكارٌ جديدة للأنشطة والمشكلات الرياضية المتعددة.

- **مهارات الاستماع الرياضي:**

تحدد مهارات الاستماع الرياضي بما يأتي:

1- يسمي التلميذ قانوناً رياضياً سمعه.

2- يكمل جملة رياضية سمع جزءاً منها.

3- يرسم شكلاً هندسيّاً سمع وصف أبعاده أو خصائصه.

4- يقدم أمثلة عن مفهوم رياضي سمع شرحاً حوله.

5- يعيد شرح براهين نظريات أو مسائل رياضية سمعها بطريقة صحيحة ومنظمة.

6- يحكم على آراء وحلول زملائه التي سمعها.

تشكل مهارة الاستماع الرياضي ثقافة علمية حيوية ومهمة، وعن طريقها يستطيع التلميذ تلقي أفكار الآخرين والاستماع لوجهات النظر، وتجدر الإشارة هنا إلى أنه لا يقصد بالاستماع القدرة الفيزيائية على السمع ولكن العمليات الإدراكية الناتجة عن عملية السمع، وتبرز في هذه المهارة القيم الاجتماعية التي يمتلكها التلميذ كتقبل أفكار الآخرين واحترامها، بالإضافة إلى تقبل النقد واحترام الحقائق العلمية التي يتوصل إليها الآخرون، لذلك فإن ما يميز هذه المهارة القدرات العقلية إلى جانب المهارات الاجتماعية التي يجب على التلميذ امتلاكها.

- **دور المعلم في تنمية مهارة الاستماع الرياضي:**

ذكر السعيد (2005، ص213) أن دور معلم الرياضيات في تنمية مهارة الاستماع لدى التلاميذ يتمثل في النقاط الآتية:

1. يساعد التلاميذ على التفكير في أسئلة يوجهونها إلى الآخرين في أثناء تحدثهم.

2. ينمي احترام آراء الآخرين لدى التلاميذ.
3. ينمي النواحي الإبداعية لدى التلاميذ من خلال الاستماع لأفكارهم.
4. يطلب من التلميذ إعادة ما قاله زميله أو ما قاله المعلم.

يمكن للمعلم أن يسهم في تنمية هذه المهارة من خلال تشجيع التلاميذ على العمل الجماعي وخلق فرص للمناقشة بين التلاميذ بعضهم مع بعض أو بين المعلم والتلاميذ، ويمكن للمعلم أن يطلب من أحد التلاميذ أن يملي عليه نصاً رياضياً ويقوم المعلم بتدوينه وتفسيره، الأمر الذي يشكل نموذجاً جيداً أمام التلاميذ لمهارة الاستماع وكيفية تفسير العبارات المسموعة والتعامل معها، وحثهم على اتباع الأسلوب نفسه من خلال الأنشطة الصفية أو الواجبات المنزلية.

5. التمثيل الرياضي:

إن التمثيل الرياضي هو إعادة تقديم أو ترجمة الأفكار الرياضية أو المشكلة في صورة أخرى، وتُعدُّ عملية ترجمة الأفكار وتحويل صورها واحدة من المهارات التي تيسر على العقل البشري التفاعل مع مستويات مختلفة من الآراء والأفكار والمفاهيم، التي قد يؤدي تعقيدها إلى عجز الإنسان عن فهمها أو إدراك أبعادها، فيلجأ إلى ترجمتها إلى صور أخرى تيسر عليه هذه العملية(الشمري، 2013، ص46).

وقد عرف البارودي(Baroody,1993,P107) التمثيل الرياضي أنه إعادة تقديم أو ترجمة الفكرة الرياضية المشكَّلة في صورة أخرى (شكل توضيحي أو جدول للمعلومات، أو نموذج حسي،...) الأمر الذي قد يساعد على فهم الفكرة أو الاهتداء إلى الاستراتيجية المناسبة لحل المشكلة، وتطوير وتعميق الفهم للمفاهيم الرياضية، وترجمة الصور والأشكال والخرائط والرسوم والجداول إلى رموز وكلمات رياضية.

- **أهمية مهارة التمثيل:**

ويرى سرور (2001، ص240) أن لمهارة التمثيل الرياضي دوراً مهماً في تطوير المفاهيم، وتنمية القدرة على حل المسائل، وتتمثل أهميتها في أنها:

1. وسيلة فعالة للتفكير، حيث تجعل الأفكار الرياضية أكثر مادية، وتسمح بتأملها والتفكير فيها، مما يساعد على إدراك العناصر الرياضية المشتركة في المواقف المختلفة.
2. تعزز فهم واستخدام المفاهيم والإجراءات الرياضية، وتعزز القدرة على حل المسائل.
3. تقدم للتلاميذ أدوات ووسائل مفيدة، لتعزيز الفهم، وتدعم وتعزز الاستدلال بمساعدة التلاميذ للتركيز على السمات الأساسية في الموقف الرياضي.

ترتبط مهارة التمثيل الرياضي بطبيعة مقرر الرياضيات بشكل مباشر وهي تعد جزءاً منه، كما أنها المهارة التي تميز مهارات التواصل الرياضي من بقية أنواع مهارات التواصل التربوي أو المهارات اللغوية حيث لا تتضمن الأخيرة مهارة التمثيل الرياضي.

- **مهارات التمثيل الرياضي:**

تحدد مهارات التمثيل الرياضي بالأشكال الآتية:

1- يترجم التلميذ الأشكال الرياضية إلى ألفاظ رياضية وعلاقات رياضية.
2- يترجم الجداول الرياضية والمعطيات إلى أشكال بيانية.
3- يترجم الأشكال البيانية إلى جداول رياضية ومعطيات.
4- يحول العبارات اللفظية إلى رموز رياضية.
5- يمثل المعطيات على مستقيم الأعداد.
6- يمثل المجاهيل بعدد لاتيني
7- يمثل العلاقات الرياضية والأرقام في جداول رياضية.
8- يترجم الالفاظ الرياضية إلى أشكال رياضية.
9- يترجم مواقف واقعية إلى ما يقابلها من النماذج الرياضية.

تتقاطع مهارة التمثيل الرياضي ظاهرياً مع مهارات أخرى، كالقراءة الرياضية والتعبير الكتابي الرياضي، مثل مهارة قراءة الرموز ومهارة الوصف الكتابي للأشكال الهندسية، ولكن في تأملٍ دقيق فإن ما يميز التمثيل الرياضي هو التعبير عن الأفكار بأكثر من طريقة من دون التوصل إلى معطيات أو نتائج جديدة، ففي حالة قدرة التلميذ على أن يمثل الأشكال الهندسية

إلى عبارات لفظية فإن المطلوب هو تحديد المعطيات من الشكل الهندسي دون أن يربطها بنتائج أو معطيات جديدة، في حين أن المطلوب من التلميذ عندما يكتب وصفاً لخصائص شكل معطى مثل المربع في مهارة التعبير الكتابي الرياضي، فإن على التلميذ أن يوضح مفاهيم وتعميمات قد لا يشير إليها الشكل الرياضي بشكل مباشر، فمثلاً على التلميذ أن يكتب أن قطري المربع متعامدان حتى لو لم يُرسم القطران في الشكل المعطى.

- **دور المعلم في تنمية مهارة التمثيل الرياضي:**

يشير سرور (2001، ص248) إلى أن تنمية هذه المهارة تقع على عاتق مسؤولية المعلم من خلال:

1. إثارة قدرات التفكير المختلفة من خلال موضوعات التعلم.
2. تقديم التوجيه المناسب للتلاميذ.
3. توفير الظروف المناسبة للتعلم.
4. عرض خبراتهم المختلفة وتقويم إنتاجهم.

كما يستطيع المعلم تدعيم هذه المهارة من خلال توجيه التلاميذ لصنع أشكال ومجسمات ورقية توضح المفاهيم الهندسية، أو استخدام مواد من البيئة المحيطة لتمثيل المفاهيم العددية، أو الاعتماد على الخرائط الجغرافية لتوضيح مفهوم الشبكات الإحداثية، أي استخدام المواد المحسوسة لتوضيح المفاهيم المجردة.

6. إستراتيجيات تنمية مهارات التواصل الرياضي في الدراسات التربوية:

تعددت الدراسات التي تناولت طرائق تنمية مهارات التواصل الرياضي وفيما يأتي عرض لبعض منها:

- دراسة فيلبس وكريسبو (Phillips&Crespo,1995) التي استخدمت أسلوب تبادل الخطابات الرياضية وسمته "أصدقاء المراسلة الرياضية" لتنمية مهارات التواصل الرياضي الكتابي، حيث اعتمد هذا الأسلوب على تبادل الرسائل والخطابات الرياضية المكتوبة بين التلاميذ والتلاميذ مع المعلمين (تخصص رياضيات).
- دراسة شوارتز (Schwarz,1999) التي اقترحت برنامجاً لتنمية مفردات لغة الرياضيات والتواصل (وهو تدريس المفردات الرياضية في مواد أخرى)، وقد استخدمت الدراسة أيضاً

بعض الأنشطة لتنمية مهارات التواصل الرياضي مثل كتابة المقالات، ومجلة الرياضيات.

- دراسة طافش (2011) التي استخدمت برنامجاً لتنمية مهارات التواصل الرياضي وقد اعتمدت الباحثة على مجموعة من الإستراتيجيات التي أثبت فاعليتها في دراسات سابقة في تنمية هذه المهارات وتتمثل فيما يأتي:

1. **استراتيجية الرسم التخطيطي:** وهي عبارة عن أسلوب تعاوني حيث يطلب فيها من التلميذ أن يرسم مخططاً يعبر فيه عما خرج به من النص المقروء.
2. **استراتيجية فكِّر – زاوج – شارك:** هي عبارة عن أسلوب تعاوني وتعتمد فكرة هذه الاستراتيجية على أن يطرح المعلم مشكلة أو سؤالاً بشكل شفهي أو كتابي ويسمح للتلاميذ بدقيقة أو أكثر للتفكير في الحل أو الرد بشكل منفرد، ثم يعمل التلاميذ في أزواج للتشارك بأفكارهم.
3. **إستراتيجية "موافق – وغير موافق":** تعتمد فكرة هذه الاستراتيجية على أن يقوم المعلم بعرض مشكلة وحل شفهي أو كتابي لها، ويمكن يكون الحل صحيحاً أو خاطئاً، ويطلب من التلاميذ تقرير ما إذا كانوا يوافقون أو يختلفون مع هذا الحل وتبرير أفكارهم.
4. **استراتيجية " فكّر – تحدث – اكتب":** تعتمد هذه الاستراتيجية على إتاحة الفرصة للتلاميذ للتفكير والتحدث عن أفكارهم قبل أن يبدؤوا بكتابة تلك الأفكار، حيث يقوم المعلم بطرح سؤال بشكل يتيح للتلاميذ التأمل والتفكير، ثم يعمل التلاميذ في مجموعات من 3–4 يتناوب التلاميذ في التحدث عن أفكارهم مع باقي الصف، ذلك أن المشاركة في الصف ليس مجرد عرض الأفكار والآراء والحلول التي توصلوا إليها لحل المشكلة قيد التفكير، ولكن تتم المناقشة في صور تساؤلات من قبل تلاميذ الصف للمجموعات، ويحاول ممثلو هذه المجموعات التبرير وإعطاء الأدلة والبراهين على التساؤلات الموجهة إليهم، ثم يكتب التلاميذ أفكارهم لعرضها على الصف بأكمله.

5. **استراتيجية "الكتابة الجماعية":** تتلخص هذه الاستراتيجية كما أشار القرشي(20012، ص47) في تفعيل التواصل الكتابي لدى التلاميذ من خلال مشاركتهم في كتابة أفكارهم وملخصاتهم حول الدرس، ثم يقوم بتجميع الأفكار التي كتبوها، ويعرضها في ملخصٍ وافٍ يقدمه إليهم، ويطلب رأيهم حوله، وهل استوفى ما عرضوه من أفكار في ملخصاتهم المكتوبة.

كما أضاف بدوي (2007، ص171) أن هذه الاستراتيجية تسمح بأخذ الأفكار من كل التلاميذ، وابتداع مقتطف مكتوب للعمل بينما يعرض عملية التفكير والكتابة والتنقيح ليراه الجميع، وتستخدم قبل أي استراتيجية كتابة أخرى بحيث تجعل التلاميذ يتعرفون أو يتوقعون المطلوب منهم في الدرس.

- ويضيف بدوي (2007، ص167) **استراتيجية كرسي عالم الرياضيات** كإحدى إستراتيجيات التواصل الرياضي، حيث يدعو المعلم فيها التلاميذ للتناوب بالجلوس على كرسي باعتباره كرسي عالم الرياضيات، ويعرض التلميذ فكرته عن المشكلة لزملائه ويشجع المعلم التلاميذ على الاستماع بانتباه، كما يمكن له أن يسأل التلاميذ أسئلة حول الفكرة ويتناقشون حولها، وتعطي هذه الاستراتيجية الفرصة للتلاميذ لإبداء أفكارهم أمام الصف لتبرير هذه الأفكار، وتستخدم كأداة للتأمل والربط بعد أن يحل تلاميذ الصف المشكلة، وتستغرق الاستراتيجية بضعة دقائق لكل تلميذ، ويمكن أن يكون النشاط أطول للتلاميذ الأكبر سناً، أو عندما يُفتح باب النقاش والحوار الهادف.

ويلاحظ أن جميع هذه الإستراتيجيات تركز على المشاركة الفعالة للتلاميذ داخل الصف وإعطائهم الحرية في التعبير عن أفكارهم ومناقشتها أمام المعلم، وأيضاً التشجيع على الحوار مع زملائهم في تعلم الرياضيات من خلال التحدث وتبادل المعلومات.

7. تقويم مهارات التواصل الرياضي:

يُعد نمو مهارات التواصل الرياضي بأنواعها المختلفة المنتَج النهائي الذي يمكن من خلاله الحكم على مدى فاعلية الأساليب المستخدمة من قِبل المعلم في تنمية التواصل والتدريب عليه أثناء التدريس.

وقد أشار القرشي (2012، ص59) إلى أن تقويم أبعاد التواصل الرياضي يتطلب استخدام أساليب تقويم متعددة تناسب المهارات التي يتم تقويمها، وقد لخص أساليب تقويم مهارات التواصل الرياضي من خلال مراجعة دراسة كل من مصطفى (2004، ص80) وعصر (2006، ص18)، ودراسة المشيخي(2011، ص41) فيما يأتي:

أولاً. المهام المفتوحة والممتدة:

المهمة في الرياضيات تعني النشاط أو الأنشطة المتضمنة في حجرة الدراسة، ويمكن استخدام المهام المفتوحة لتقويم التواصل الرياضي الشفوي والكتابي، حيث يُطلب من التلميذ فيها تزويد إجاباته بالتعليل والشرح للآخرين سواءٌ كانت كتابياً أو شفوياً، أما المهام الممتدة فتكون ضمن مشروع تعليمي ربما يستمر أياماً أو أسابيع، وتتعلق بالعالم الحقيقي، ويتم التخطيط لها وتنفيذها وتقويمها.

ويضيف النحال (2016، ص65) يمكن للمعلمين أن يحولوا بعض الأسئلة إلى أسئلة مفتوحة ومن ذلك على سبيل المثال: أسئلة الاختيار من متعدد، حيث يطلب من التلميذ تعليل إجابته التي يقوم باختيارها، كما توجد عدة عبارات يمكن استخدامها ضمن هذا الأسلوب لقياس مهارات التواصل الرياضي ومنها:

- اشرح طريقة التوصل إلى الإجابة.
- وضح الخطوات التي اتّبعتها للتوصل إلى الإجابة.
- اشرح إجابتك مع إعطاء مثال.
- صف الأنماط العددية المعروضة أمامك.
- اشرح عملك.
- اذكر النظريات التي استخدمتها مع إعطاء مثال.

ثانياً. تقويم الأداء:

يتم تقويم فهم التلاميذ في هذا الأسلوب عن طريق إيصال معرفتهم الرياضية في شكل حقيقي ذي معنى، قائم على استخدام مهام حياتية، مثل المهام الممتدة، أو مشروعات، أو عمل استقصاءات، ويحكم على أداء التلاميذ في ضوء مؤشر المهمة الذي يستخدم فيه مجموعة معايير أداء مهمة معينة، وتسمح هذه المعايير بقياس مستوى المتعلم ونوعية استجابته

بصورة شاملة، ويمكن استخدام بطاقات الملاحظات لتسجيل أداء التلاميذ فرديًا أو في مجموعات، ويفضل استخدام تقويم الأداء من أربع إلى ست مرات أثناء مدة الدراسة.

ثالثاً. الملاحظة:

تعتبر الملاحظة أفضل طريقة تعطي مؤشراً واضحاً لتفكير التلاميذ وتواصلهم الرياضي، وتعتمد طريقة الملاحظة على رؤية أو سماع المعلم لما يلاحظه، ولا تعتمد على استجابات التلاميذ لما يعرض عليهم، أي أنه لا يحصل على الاستجابات من التلميذ، ولكن يحصل عليها المعلم بنفسه عن طريق ملاحظة سلوك التلميذ.

رابعاً. سجلات العمل:

سجل عمل التلميذ عبارة عن أوراق يسجل فيها عينات من عمله في الرياضيات، ويعلق عليه المعلم بالكتابة فيه، ويتضمن سجل العمل الاسم والتاريخ وعنوان النشاط والنشاط أو المشكلة وإجابة التلميذ، هذا ويمكن أن تتضمن سجلات عمل التلميذ أنشطة متعددة.

خامساً. المقابلة:

تعد المقابلة واحدة من الوسائل المهمة لتقويم التواصل الرياضي الشفهي لدى التلاميذ، وتتنوع المقابلات بين مَسْحية، وتشخيصية، وعلاجية، وإرشادية، والمقابلة تكون مناسبة لفحص تفكير التلاميذ بعمق، واستدلالهم بوضوح، وتحديد فهمهم، وتشخيص صعوباتهم، وقياس قدرتهم لتوصيل المعرفة الرياضية لفظيًا .وتتضمن استمارة المقابلة أسئلة لها هدف محدد، وتتكون من ثلاثة أنواع (أسئلة مقننة – أسئلة شبه مقننة – أسئلة غير مقننة)، ويمكن الاستعانة أثناء المقابلة بمواد محسوسة، أو مرئية، أو مهام حياتية.

ويضيف النحال (2016، ص 68) أنه يمكن تصنيف أسئلة المقابلة في ثلاثة أنواع:

1. أسئلة مقننة: وتكون محددة ويتبع كل سؤال مجموعة من الاختيارات أو الإجابات يختار من بينها التلميذ الإجابة التي تتفق مع رأيه.
2. أسئلة شبه مقننة: وهي الأسئلة التي تصاغ بغير اختيارات محددة ولكنها تسمح بالإجابات المفتوحة.

3. أسئلة غير مقننة: وفي هذا النوع من المقابلة يقوم المعلم بتوجيه أسئلة عريضة في أي ترتيب يراه مناسباً، وهنا نجد أن المقابلة تركز على التلميذ، ورغم هذا فدرجة صدقها وثباتها محدودة مقارنة بالنوعين السابقين.

سادساً :كتابات التلاميذ:

يناسب هذا الأسلوب تقويم مهارات التواصل الرياضي الكتابي، حيث يمكن فيه تقويم كتابات التلاميذ الناتجة عن كتاباتهم على المهام المحددة، والمهام المفتوحة، وسجلات العمل، والمقالات، والمشروعات، وأنشطة المجموعة التعاونية.

بعد أن تم التعرف لبنية كتاب الرياضيات أصبح من السهل تحليل كتاب الرياضيات أو الدروس إلى عناصرها الأساسية وبالتالي تحديد طريقة التدريس المناسبة ولكن اختيار هذه الطريقة يتم وفق معايير محددة يمكن توضيحها فيما يلي:

4. معايير اختيار طريقة التدريس:

1. **علاقة الطريقة بالمادة العلمية المراد تدريسها:** إن العلاقة بين الطريقة والمادة العلمية علاقة وثيقة، ولا يمكن الفصل بينهما، فلكل مادة علمية طبيعتها وقوانينها ومهاراتها، التي تتطلب طرقاً مختلفة، فالطريقة التي يمكن أن تعطي نتائج جيدة في مادة الرياضيات مثل الاستقراء الرياضي قد تفشل في تحقيق النجاح المطلوب في مادة التاريخ، والمعلم الجيد هو الذي يختار ما يناسب مادته العلمية وطبيعتها وعلاقاتها الداخلية.
2. **علاقة الطريقة بالأهداف التربوية:** إن التفاعل بين الطريقة والأهداف هي مشكلة صعبة معقدة، وتشكل موضوعاً أساسياً، فعلى سبيل المثال عندما يكون هدف الدرس لمادة الرياضيات تنمية مهارة الحساب الذهني فلا بد اختيار طريقة تناسب هذا الهدف والتدريب العملي على هذه المهارة، والابتعاد عن طرائق الشرح والإلقاء أو طريقة العد والحساب التقليدية.
3. **علاقة الطريقة بالمتعلم:** يركز الاتجاه الحديث لطرائق التدريس على اختيار الطريقة في ضوء خصائص المتعلمين العمرية ودرجة نضجهم، وطبيعية تعلمهم، فطريقة المحاضرة غير فعالة مع متعلمين صغار السن، بينما تكون طريقة ناجحة مع متعلمين في مراحل تعليمية أعلى، في حين أن طريقة الربط بالبيئة والاعتماد على

الخبرات المباشرة مع الفئة العمرية الصغيرة قد تكون من أنجح الطرائق في مراحل تعلمهم المبكر.

4. **علاقة الطريقة بالإمكانات المالية والمادية المتوفرة:** اختيار الطريقة يجب أن يكون واقعياً ومناسباً للموارد المادية المتاحة، فمثلاً اختيار طريقة المعمل الحاسوبي في تدريس بعض المواضيع لمقرر الرياضيات مع عدم توفر الحاسوب يشكل عقبة كبيرة في استخدام هذه الطريقة.
5. **ارتباط الطريقة بمراحل التدريس:** من المعروف أن كل درس يتألف من عدة مراحل، وهذه المراحل لها أهدافها الخاصة بها، وبالتالي يجب اختيار طريقة تحقق هذه الأهداف، فعند تعرف التلميذ لأول مرة على شكل مثلث فإن الطريقة المناسبة لتعلم تعريف المثلث هي الإلقاء، لكن عند حل مسائل متعلقة بخواص المثلث فإن الطريقة المناسبة هي الاكتشاف أو حل المشكلات.
6. **ارتباط الطريقة بعامل الزمن:** لعامل الزمن دور أساسي في عملية اختيار الطريقة فلا بد للمعلم من أن يأخذ بالحسبان الزمن المخصص لدراسة موضوع معين عند اختيار الطريقة، فالرحلات المدرسية على الرغم من فوائدها الكثيرة لا يستطيع المدرس من استخدامها إلا نادراً، لأنها تتطلب وقتاً طويلاً، قد يخرج عن حدود اليوم المدرسي بكامله، فكيف يكون الحال مع الحصة الدراسية المحددة بخمسة وأربعين دقيقة.

وبذلك يصبح المعلم قادراً على اختيار الطريقة المناسبة إذا ما تم مراعاة هذه المعايير، يقدم من خلالها المحتوى العلمي بطريقة سلسلة ومشوقة للمتعلمين.

إن التمكن العلمي من المحتوى العلمي يشكل المعيار الأساسي في نجاح المعلم، وبالتالي لا بد من توضيح أهم الموضوعات التي يتعرض لها منهاج الحلقة الأولى في كتب الرياضيات والتي تشمل (الهندسة، والتحويلات الهندسية، ووحدات القياس، والمحيط والمساحة والحجم، والقياس) والتي سيتم عرضها في الفصول الآتية.

التقويم:

أولاً. أجب بصح أو خطأ مع التعليل

1. يتعرف المتعلم على خصائص الأشكال حسب المعايير الوطنية في الصف الرابع.
2. يركز التدريس في المرحلة الدنيا على الهندسة الشكلية.
3. تحرك اللامثال يتم من خلال تقديم أمثلة عن المفهوم

ثانياً. أكمل العبارات الاتية:

1. المفهوم هو.....
2. التعميمات هي.....
3. تصنيف المفاهيم إلى.....

ثالثاً. اختر الإجابة الصحيحة:

1. استخدام التراكيب والمصطلحات الرياضية للتعبير عن الأفكار في صورة مكتوبة هي من مهارات التواصل الرياضي.

A. الكتابة	B. القراءة	C. التعبير الشفهي	D. التمثيل

2. عندما يقوم المتعلم برسم الاشكال الرياضية بشكل صحيح فهو يمتلك مهارة:

A. تعبير بالرموز	B. البرهان الرياضي	C. الكتابة الرياضية	D. التصور البصري المكاني

رابعاً. أجب عن الأسئلة الأتية:

1. حدد الفرق بين المفهوم والتعميم من حيث التعريف طريقة التدريس التقويم
2. حلل ثلاثة دروس من احدى كتب الرياضيات الحلقة الاولى محددا فيه المفاهيم، والتعميمات، والمهارات الواردة.
3. استخرج من ثلاثة دروس من اختيارك من كتاب رياضيات حلقة الاولى مهارات التفكير الرياضي الواردة وفقاً للمثال الوارد في الجدول الآتي:

المهارة الرئيسية	المهارة الفرعية	المؤشر
الاستقراء	يحدد عدة أمثلة عن القانون المراد استخراجه	يحل الأمثلة الواردة عن تطابق المثلثات

الفصل الثالث

المفاهيم الهندسية غير المعرفة

الزوايا

أهداف الفصل الثالث:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

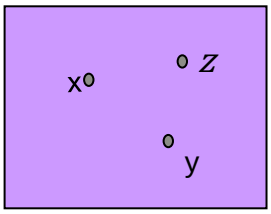
- يعرف مفاهيم الأساسية في الهندسة.
- يستخدم مفاهيم الأساسية في التعميمات والنظريات.
- يعرف الزوايا الناتجة عن تقاطع مستقيمين متوازيين مع قاطع.

1. فهم الهندسة:

يجب أن تكون الهندسة عنصراً مهماً في منهاج الرياضيات من الروضة حتى الصف الثاني عشر ثانوي، والهندسة كموضوع يعالج الأشكال والفراغ تختلف كثيراً عن الحساب الذي يركز على الأرقام، لذلك فإنها تزود الأطفال بنظرة مختلفة إلى الرياضيات ومن ثم فهي تكمل الفهم الرياضي، في العادة فإن القدرات المكانية لدى الأطفال هي أكثر من مهاراتهم العددية ولذلك فإنهم يجدون الهندسة أكثر إمتاعاً، وأحياناً فإن الهندسة تعتبر فرصة لبعض الأطفال الذين لا يملكون مهارات عددية عالية أن يظهروا قدراتهم في مجال آخر.

وفيما يلي نستعرض بعض الأشكال الهندسية الضرورية للتدريس في المرحلة الابتدائية، حيث سيتم البدء بالنقطة والمستقيم والمستوي، ثم الزوايا وسيتم عرض المضلعات بأشكالها المختلفة، مع الأشكال الفراغية وخواصها.

2. مفاهيم أساسية في الهندسة:



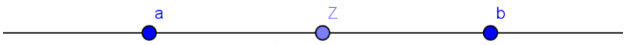
الشكل رقم (8)

2.1.النقطة: كائن رياضي له موضع معين وليس له أبعاد ويمكن تمثيله بأثر رأس قلم على الورق دون أن نحركه عليها، ونمثلها أيضاً في المستوي بتقاطع خطين، نرمز لها بحرف مثل x, y, z

2.2.الخط المستقيم: يمكن تصوره مثل خيط رفيع مشدود جيداً، وهو يمتد من جهتيه دون حدود ونسميه اختصاراً مستقيماً نرمز له إما بحرف لاتيني كبير مثل .... $G, T, \Delta,$ أو يمكن تسميته بتسمية نقطتين منه مثل $(ab), (xy)$

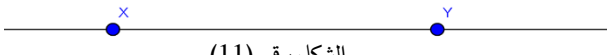
الشكل رقم (9)

2.3. نصف المستقيم: هو جزء من مستقيم محدود من إحدى جهتيه وغير محدود من الجهة الأخرى. ففي الشكل الآتي: النقطة z من المستقيم (ab) تقسمه إلى جزأين هما نصف المستقيم $[za)$ ونصف المستقيم $[zb)$ وكل منهما محدود بالنقطة z وغير محدود من الجهة الأخرى ونرمز له به $[zb)$



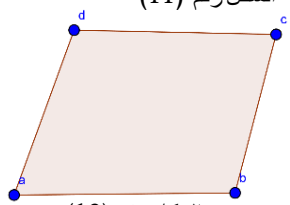
الشكل رقم (10)

2.4. القطعة المستقيمة: هي جزء من المستقيم محدود بنقطتين مختلفتين منه في الشكل المجاور: الجزء المحدود بالنقطتين x, y من المستقيم Δ, هو قطعة مستقيمة $[xy]$



الشكل رقم (11)

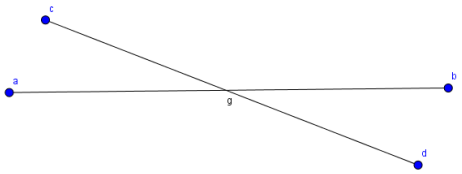
2.5.المستوي: يتكون المستوي من مجموعة لا نهائية من المستقيمات ويسمى عادة بحرف واحد، فنقول المستوي G أو بأربع نقاط منه $abcd$



الشكل رقم (12)

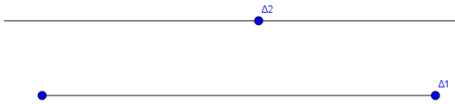
3. الأوضاع المختلفة للمستقيمين:

3.1. المستقيمان المتقاطعان: هما مستقيمان يملكان نقطة مشتركة واحدة فقط.



3.2. المستقيمان المتوازيان: هما مستقيمان لا يملكان أي نقطة مشتركة ونرمز لهما كما يلي $\Delta_1 \,//\, \Delta_2$.

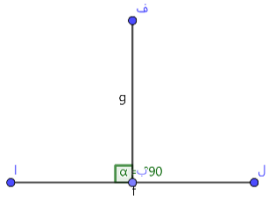
3.3. المستقيمان المنطبقان: هما مستقيمان مشتركان بنقطتين أو أكثر



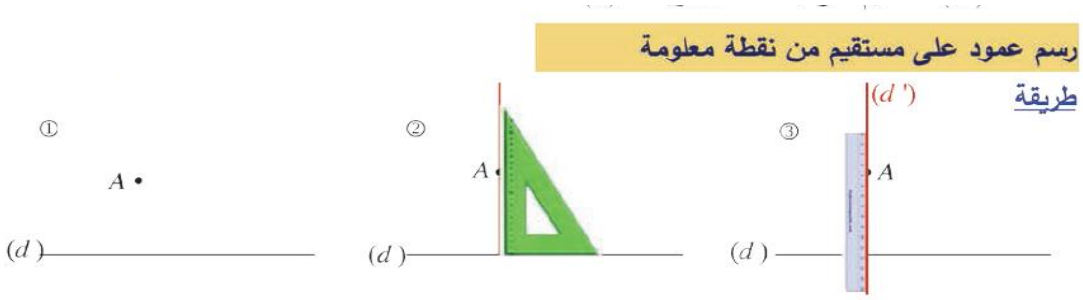
الشكل رقم (13)

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_1 \cap \Delta_2$$

3.4.المستقيمان المتعامدان: هما المستقيمان المتقاطعان واللذان يشكلان زاوية قائمة، نرمز لهما كما يلي $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

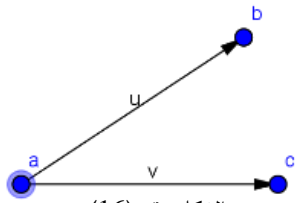


الشكل رقم (14)

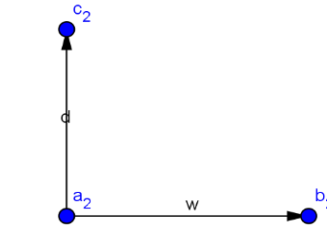


4.الزاوية:

4.1.تعريف الزاوية: تتكون الزاوية من اشتراك شعاعين بنفس نقطة البداية ويسمى الشعاعان ضلعي الزاوية، وتسمى نقطة الالتقاء رأس الزاوية، يتم تسمية الززاوية من خلال تسمية الرأس $\hat{a}$ أو من خلال تسمية ثلاث نقاط، ويكون رأس الزاوية هو الحرف الأوسط $\widehat{bac}$



الشكل رقم (15)

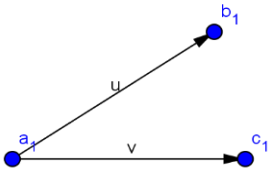


الشكل رقم (16)

4.2. أنواع الزاويا:

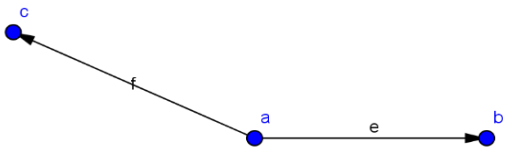
4.2.1.قائمة: إذا تقاطع مستقيمان فشكلا 4 زوايا طبوقة فإن كل منها تسمى زاوية قائمة ونقول إن المستقيمين متعامدان.

إذا جزأنا القائمة إلى 90 زاوية طبوقة فنقول إن قياس كل منها درجة (1).



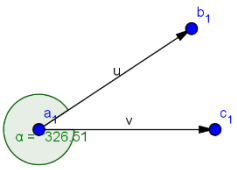
4.2.2. حادة: هي كل زاوية قياسها بين 0، 90 وهي أصغر من القائمة.

4.2.3.منفرجة: هي كل زاوية قياسها بين 90، 180 وهي أكبر من القائمة وأصغر من القائمتين.

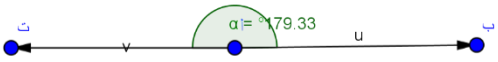


الشكل رقم (17)

4.2.4. منعكسة: يشكل ضلعا الزاوية البارزة زاوية أخرى ندعوها زاوية منعكسة مثلاً الزاوية المنعكسة $\widehat{abc}$.



4.2.5.مستقيمة: كل من ضلعيها امتداد للضلع الآخر، قياسها قائمتان (180).

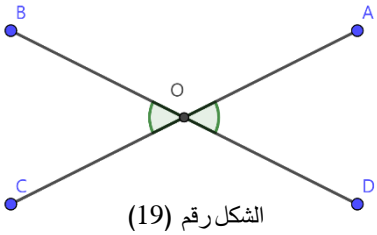


الشكل رقم (18)

4.3. أوضاع الزوايا:

4.3.1.الزاويتان المتقابلتان بالرأس: عندما نرسم مستقيمين (AC)، (BD) متقاطعين تتشكل أربعة زوايا بينهما وهي: $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOA}$

وتشترك هذه الزوايا بالرأس O ذاته.



الشكل رقم (19)

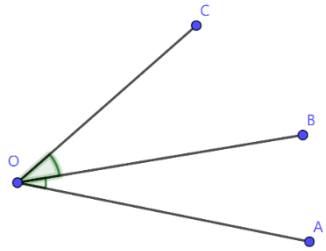
نسمي: $\widehat{BOC}$, $\widehat{DOA}$ زاويتين متقابلتين بالرأس.

كذلك نسمي: $\widehat{AOB}$, $\widehat{COD}$ زاويتين متقابلتين بالرأس.

الزاويتان المتقابلتان بالرأس لهما القياس نفسه أي $\widehat{AOB} = \widehat{COD}$ و $\widehat{BOC} = \widehat{DOA}$

4.3.2. الزاويتان المتجاورتان:

إذا اشتركت ثلاثة أنصاف مستقيمات $[OA)$،$[OB)$، $[OC)$ بالبداية نفسها كما في الشكل المجاور الزاويتان $\widehat{BOC}$ ، $\widehat{AOB}$:



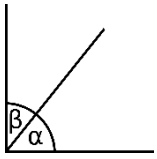
الشكل رقم (20)

تشتركان بالرأس O ذاته، تشتركان بنصف المستقيم $[OB)$.

تقعان في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى نصف المستقيم $[OB)$.

تُسمي $\widehat{BOC}$ ، $\widehat{AOB}$ زاويتين متجاورتين.

4.3.3. الزاويتان المتتامتان:



الشكل رقم (21)

تسمى الزاويتين المتجاورتين؛ المشتركتان برأس وضلع، والتي يشكل الضلعان الباقيات زاوية قائمة، بالزاويتين المتتامتين

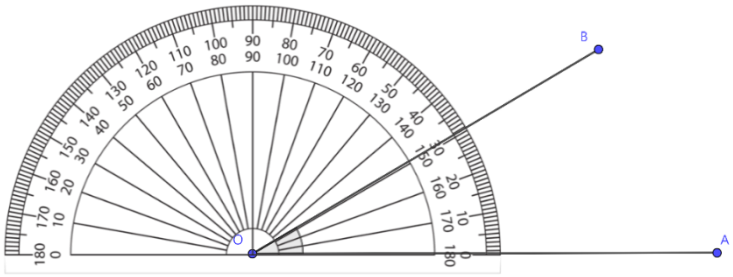
4.3.4. الزاويتان المتكاملتان:

تسمى الزاويتين المتجاورتين؛ المشتركتان برأس وضلع، والتي يشكل الضلعان زاوية مستقيمة بالزاويتين المتكاملتين.

الشكل رقم (22)

4.4. قياس الزوايا:

تســـتخدم الدرجة واحدة لقياس الزوايا، وهي الزاوية المســـاوية للقيمة $\frac{1}{180}$ من الزاوية المستقيمة.



الشكل رقم (23)

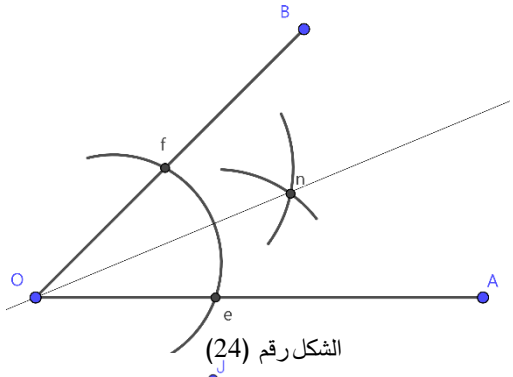
يدعى الجزء الذي يشكل $\frac{1}{60}$ من الدرجة بالدقيقة يرمز لها (`).

يدعى الجزء الذي يشكل $\frac{1}{60}$ من الدقيقة بالثانية يرمز لها (``).

مثلاً الزاوية 30 درجة 20 دقيقة و15 ثانية تكتب على الشكل $\widehat{AOB} = 30^{\circ}20`15"$

4.5. منصف الزاوية:

هو نصف مستقيم بدايته رأس الزاوية، ويقسمها إلى قسمين متساويين، لإنشاء منصف زاوية نقوم برسم زاوية $\widehat{AOB}$، نثبت الفرجار في رأس الزاوية ونرسم قوساً يقطع ضلعي الزاوية في e و f.



الشكل رقم (24)

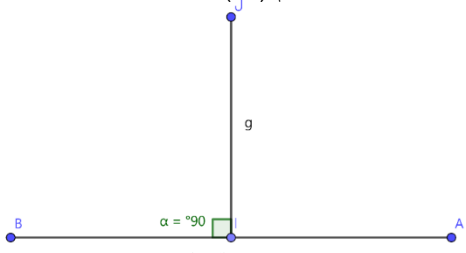
نفتح الفرجار بفتحة أكبر من نصف الزاوية، نثبت الفرجار في النقطة e، ونرسم قوساً

نثبت الفرجار في النقطة f، ونرسم قوساً يقطع القوس الأول في النقطة n، نصل بين الرأس O والنقطة n فيكون هو المستقيم المنصف.

5.محور قطعة مستقيمة:

هو العمود المقام على تلك القطعة من منتصفها

نتيجة: محور قطعة مستقيمة يقسمها إلى نصفين.

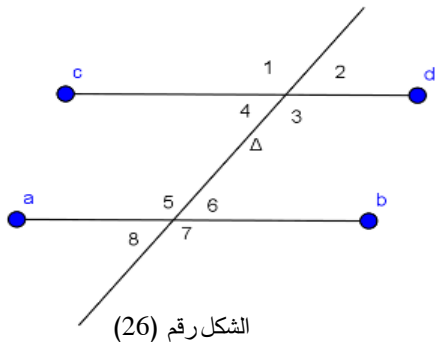


الشكل رقم (25)

6. المستقيمات المتوازية والقواطع:

نسمي المستقيم Δ بأنه قاطع للمستقيمين (ab) ،(cd)، إذا تقاطع مع هذين المستقيمين في نقطتين مختلفتين.

عند تقاطع المستقيمات تظهر ثمان زوايا مختلفة لها تسميات خاصة:



الشكل رقم (26)

كل من زوج الزويا (3،5) (4،6) زوايا متبادلة داخلاً.

والزوايا (2،8)، (7،1) زوايا متبادلة خارجاً.

والزوايا (1،5)، (4،8)، (2،6)، (3،7) زوايا متناظرة.

مبرهنات:

- إذا قطع مستقيمان متوازيان بقاطع، فإن كل زاويتين متبادلتين داخلاً متساويتان.
- إذا قطع مستقيمان متوازيان بقاطع، فإن زاويتين متناظرتين متساويتان.
- إذا قطع مستقيمان متوازيان بقاطع، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجاً متساويتان.

التقويم:

أولاً: أجب بصح أو خطأ، مع التعليل:

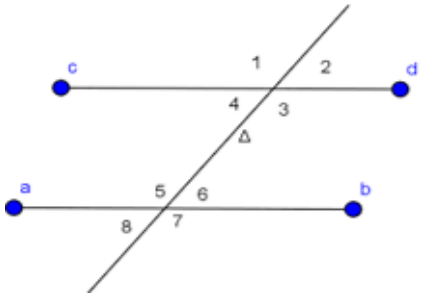
نصف المستقيم هو جزء من المستقيم المحدود بنقطتين

ثانياً: أكمل العبارات الآتية:

1. يعرف التعميم أنه.....
2. المنصف الداخلي لزاوية هو .....

ثالثاً: اختر الإجابة الصحيحة:

في الشكل المجاور الزوايا الآتية:



29. الزاويتان 2,4:

30. الزاويتان 6,2:

31. الزاويتان 7,1:

32. الزاويتان 4,3:

A. متقابلة بالرأس	B. متبادلة خارجاً	C. متناظرة	D. متكاملة

جزء من مستقيم محدود من إحدى جهتيه وغير محدود من الجهة الأخرى

A. الخط المستقيم	B. نصف المستقيم	C. القطعة المستقيمة	D. ليس مما سبق

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين داخلاً:

A. متتامتان	B. متكاملتان	C. متساويتان	D. مختلفتان

الفصل الرابع

المثلث

أهداف الفصل الرابع:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

- يتعرف المثلث وأنواعه المختلفة.
- يتعرف الخطوط الأساسية في المثلث وتطبيقاتها.
- ينشئ المثلث بحالاته الثلاثة.
- يدرك نظريه تالس وعكسها.
- يتعرف المثلثات المتطابقة وتطبيقاتها.
- يتعرف المثلثات المتشابهة وتطبيقاتها.
- يطبق التعميمات والنظريات الواردة في حل المسائل والمشكلات المتعلقة بالمثلث.

يتضمن هذا الفصل المفاهيم والتعميمات المتعلقة بمفهوم المثلث، والذي يشكل مفهوماً أساسياً ضمن مرحل التعليم الأساسي لما له من تطبيقات واسعة علمية وواقعية.

1. تعريف المثلث:

هو مضلع ثلاثي محدب، أو يعرف بأنه مضلع يتكون من اتحاد 3 قطع مستقيمة، كل قطعة منها تسمى ضلع المثلث، وكل نقطة تقاطع لقطعتين مستقيمين تسمى رأس المثلث، ويرمز له برؤوسه الثلاثة مثل $\overset{\Delta}{abc}$.

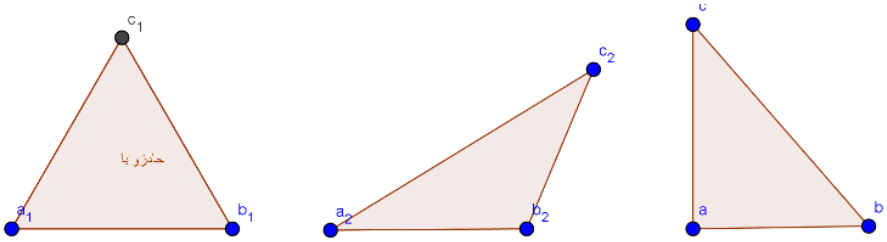
2. عناصر المثلث وأنواعه:

للمثلث ستة عناصر: ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا، يتم تصنيف المثلث إما وفق زواياه أو وفق أضلاعه.

مجموع قياس زوايا المثلث:

$$\text{قياس } \hat{a} + \text{قياس } \hat{b} + \text{قياس } \hat{c} = {}^{o}180$$

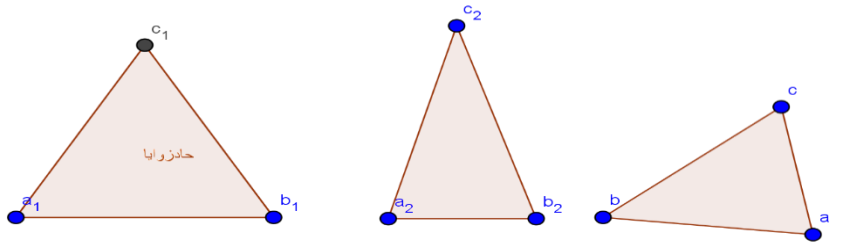
2.1. أنواع المثلثات وفق الزوايا:



مثلث قائم الزاوية | مثلث منفرج الزاوية | مثلث حاد الزوايا

الشكل رقم (27)

2.2. أنواع المثلثات وفق الأضلاع:



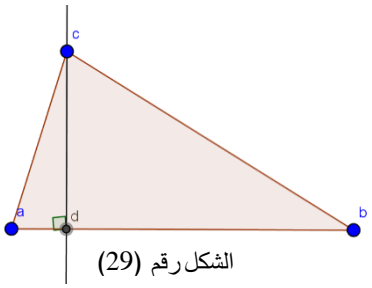
مختلف الأضلاع | متساوي الساقين | متساوي الأضلاع

الشكل رقم (28)

3.الخطوط الأساسية في المثلث:

3.1. الارتفاع في المثلث: هو المستقيم المار بأحد رؤوس المثلث والعمودي على الضلع المقابلة لهذه الرأس.

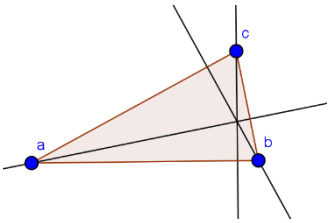
ونقول إن cd ارتفاع متعلق بالرأس c أو ارتفاع متعلق بالقاعدة ab.



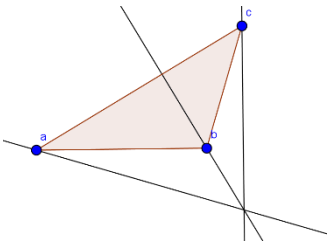
الشكل رقم (29)

3.1.1. خاصية:

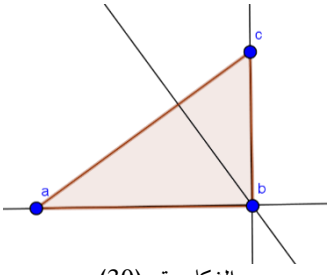
الارتفاعات الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة.



نقطة تلاقي الارتفاعات تقع داخل المثلث إذا كان المثلث حاد الزوايا.



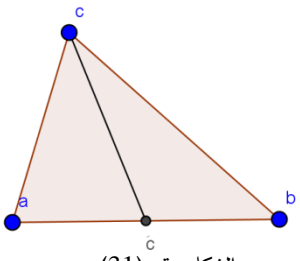
نقطة تلاقي الارتفاعات تقع خارج المثلث إذا كان المثلث منفرج الزاوية.



نقطة تلاقي الارتفاعات تقع رأس الزاوية القائمة إذا كان المثلث قائم الزاوية.

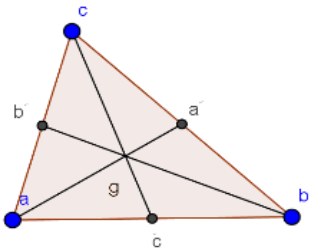
الشكل رقم (30)

3.2. المتوسط في المثلث: هو المستقيم المار بأحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابلة لتلك الرأس.



الشكل رقم (31)

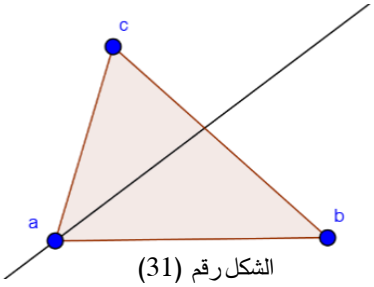
3.2.1. خاصة:



الشكل رقم (31)

- تتلاقى المستقيمات المتوسطات في نقطة واحدة تقع داخل المثلث وتسمى **مركز ثقل المثلث**.
- نقطة تلاقي المتوسطات تبعد عن راس المتوسط مسافة قدرها ثلثا طول المتوسط.

3.3. المنصف لزاوية في مثلث: هو المستقيم المار من أحد رؤوس المثلث ويقسم زاويته إلى زاويتين طبوقتين.

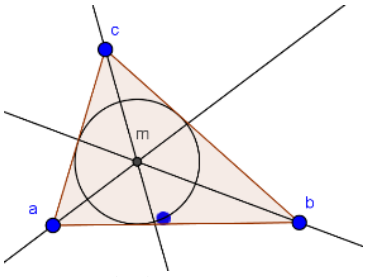


الشكل رقم (31)

3.3.1. خاصة:

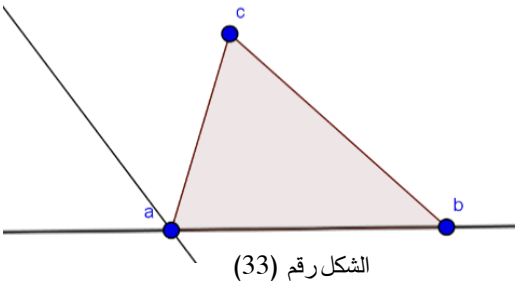
تتلاقى منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة هي مركز الدائرة المرسومة في المثلث.

كل نقطة من منصف زاوية تكون متساوية البعد عن ضلعي الزاوية.



الشكل رقم (32)

3.4. المنصف الخارجي في مثلث: هو المستقيم المار من أحد رؤوس المثلث ويقسم زاويته الخارجية إلى زاويتين طبوقتين.



الشكل رقم (33)

3.4.1. خاصية:

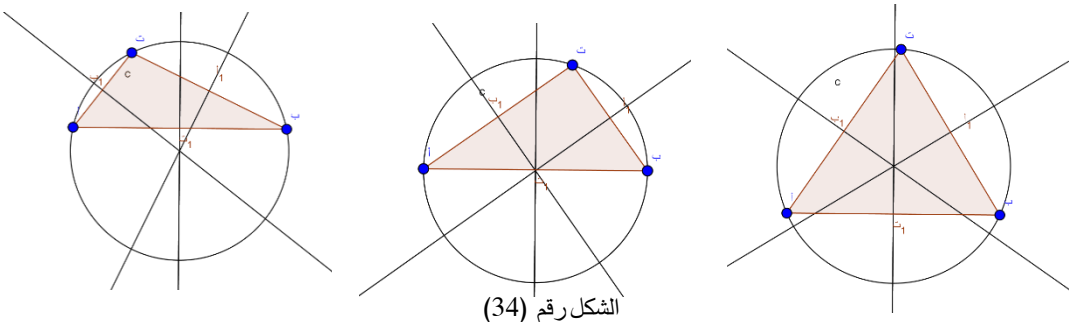
1. المنصفان الداخلي والخارجي لزاوية متعامدان.

2. في المثلث المتساوي الأضلاع يتطابق الارتفاع والمتوسط والمنصف المتعلقة بالرأس نفسه.

3.5. محور ضلع في مثلث:

تعريف: محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذه الضلع في منتصفها.

تعميم: تتلاقى محاور أضلاع مثلث في نقطة واحدة مثل m متساوية الأبعاد عن رؤوس المثلث، من ثم هي مركز الدائرة المارة برؤوس هذا المثلث.



الشكل رقم (34)

4. إنشاء مثلث:

فيما يلي سيتم التعرف على كيفية إنشاء مثلث علم منه بعض من عناصره:

4.1. إنشاء مثلث علمت منه ضلع وزاويتان مجاورتان لها.

سيتم توضيح هذه الحالة من خلال مثال الآتي:

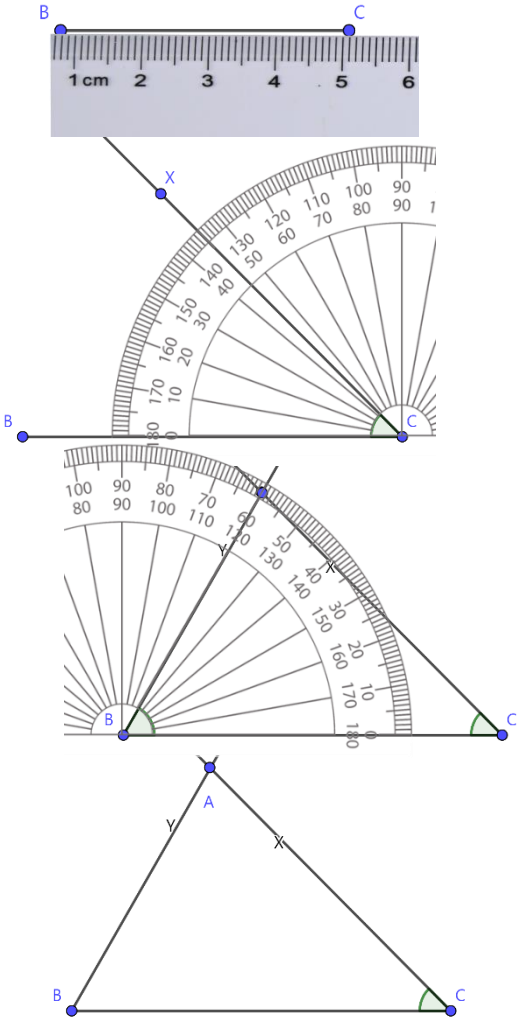
ارسم مثلث ABC إذا كان $BC = 5cm$، الزاوية $\hat{B} = 45°$، $\hat{C} = 60°$.

الخطوات: نرسم أولاً الضلع BC بطول $5cm$

نرسم بالمنقلة الزاوية $\widehat{CBX}$ بمقدار $^{0}45$

نرسم بالمنقلة الزاوية $\widehat{BCY}$ بمقدار $60°$ وبنفس جهة BX بالنسبة لـ BC.

يتقاطع المستقيمان BX و CY في النقطة A وبذلك يكون تم المطلوب.

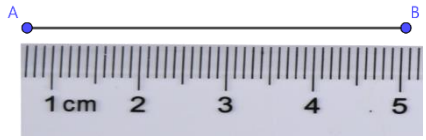


الشكل رقم (35)

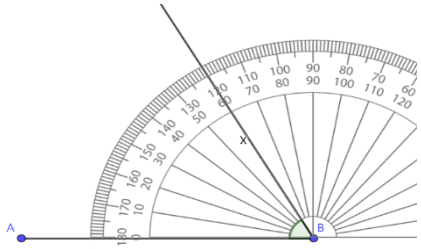
4.2. إنشاء مثلث علمت منه ضلعان وزاوية محصورة بينهما

ارسم مثلث ABC إذا كان $AB = 5cm$ ، $BC = 5cm$ ، الزاوية $\hat{B} = 60°$

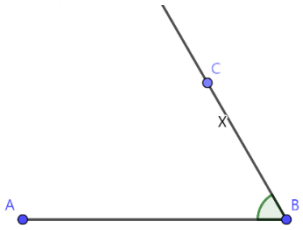
نرسم أولاً الضلع AB بطول $5cm$.



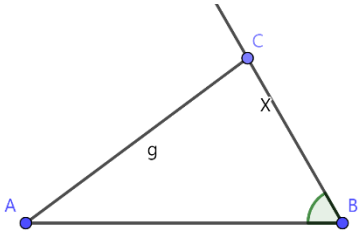
نرسم بالمنقلة الزاوية $\widehat{ABX}$ بمقدار 60^0



نعين على الضلع BX نقطة C حيث $BC = 5cm$



نصل بين النقطتين A و C فنحصل على المثلث المطلوب.

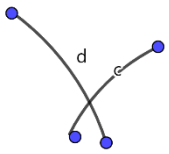


الشكل رقم (36)

4.3. إنشاء مثلث علمت منه أطول أضلاعه الثلاث.

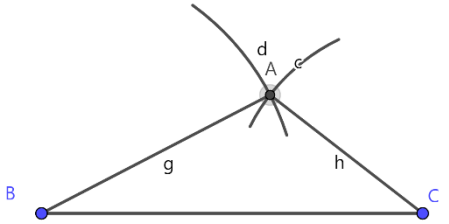
ارسم المثلث ABC إذا كان: $AB = 4cm$، $BC =$ $6cm$، $AC = 3\text{cm}$

نرسم المستقيم BC بطول $6cm$



نفتح الفرجار بطول 3سم ونثبته في C. ونرسم قوساً

نفتح الفرجار بطول 4سم ونثبته في B ونرسم قوساً، فيتقاطع القوسان في النقطة A، نصل A مع كل من B و C .



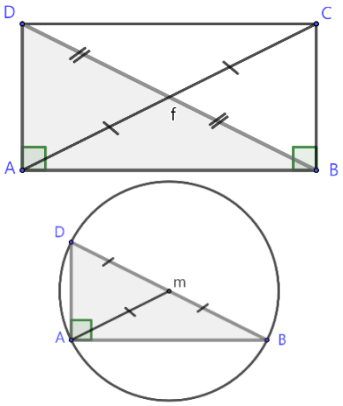
الشكل رقم (37)

تمرين: أنشئ مثلثاً في الحالات الثلاث الآتية:

علم منه أطوال أضلاع (ضلع، ضلع، ضلع)، (زاوية، ضلع زاوية)، (ضلع، زاوية، ضلع) باستخدام الأدوات الهندسية المناسبة.

وذلك على التتالي (5، 7، 3)، (30°، 5، 40°)، (5، 30°، 7).

5. تطبيقات على المثلث القائم:



الشكل رقم (38)

- الخط المتوسط المتعلق بوتر المثلث القائم يساوي نصف هذا الوتر.
- إذا كان الخط المتوسط في مثلث يساوي نصف الضلع المقابلة له، كان المثلث قائماً وتره تلك الضلع.
- الدائرة التي قطرها وتر المثلث القائم تمر برؤوسه.

6. حساب محيط المثلث ومساحته:

يعطى قانون حساب محيط المثلث abc بالقانون الآتي:

محيط المثلث= مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة

ويعطى قانون حساب مساحة المثلث abc بالقانون الآتي:

المساحة تساوي جداء نصف القاعدة بالارتفاع

$$s = \frac{1}{2} \times ab \times c\grave{c}$$

تطبيق:

احسب مساحة المثلث abc إذا علمت أن $ab = 4$، $cd = 3$

الحل: نطبق قانون المساحة

المساحة تساوي جداء نصف القاعدة بالارتفاع

$$s = \frac{1}{2} \times ab \times cd$$

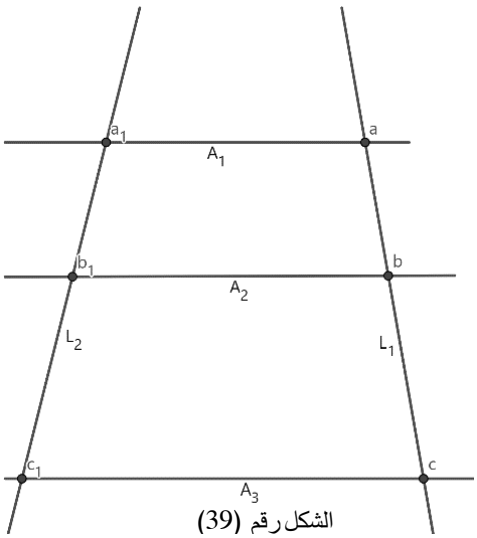
$$s = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

وضع العالم تالس نظرية أساسية لحساب أطوال قطع متقابلة على قواطع لمستقيمات متوازية يمكن توضحيها فيما يلي:

7. نظرية تالس وعكسها:

إذا قطعت ثلاثة مستقيمات متوازية $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ المستقيم L_1 في النقاط a, b, c، والمستقيم L_2 في النقاط a_1, b_1, c_1 على الترتيب فإن:

$$\frac{a_1 b_1}{b_1 c_1} = \frac{a\ b}{b\ c}$$



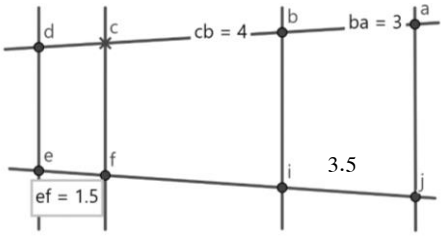
الشكل رقم (39)

عكس نظرية تالس:

إذا عينت ثلاثة مستقيمات، اثنان منها متوازيان على قاطعين لها قطعاً متقابلة متناسبة كانت المستقيمات الثلاثة متوازية.

تطبيق:

اعتماداً على الشكل أحسب طول $d\ c$ وطول fi

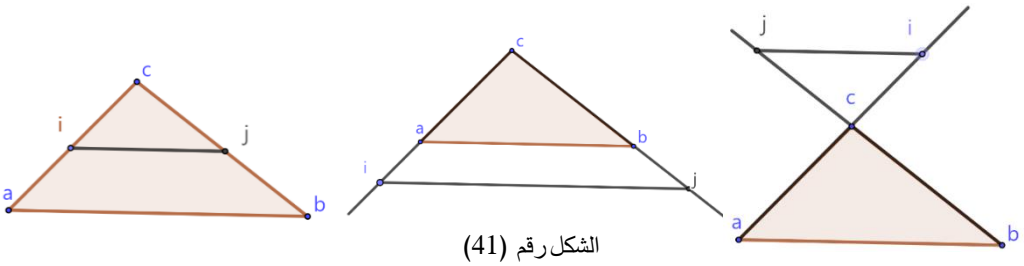


الشكل رقم (40)

8. نظرية تالس في المثلث وعكسها:

المستقيم الموازي لإحدى أضلاع مثلث يحدد على الضلعين الباقيتين أو على امتداديهما قطعاً متقابلة متناسبة.

$$\frac{ca}{cb} = \frac{ci}{cj} = \frac{ia}{jb}$$



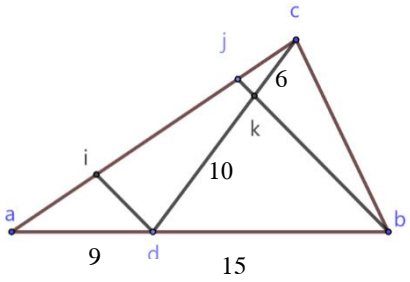
الشكل رقم (41)

النظرية العكس لنظرية تالس في المثلث

إذا حدد مستقيم على ضلعين أو امتداديهما في مثلث قطعاً متقابلة متساوية فإنه يوازي الضلع الثالثة

يمكن استخدام هذه النظرية لبرهنة توازي مستقيمات بالاعتماد على تناسب قطع متقابلة على قواطع لها

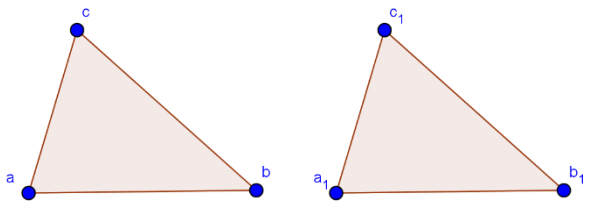
تطبيق:



في الشكل المجاور برهن أن ia يساوي cj

9. المثلثات المتطابقة والمثلثات المتشابهة

9.1. تعريف المثلثات المتطابقة: المثلثان المتطابقان هما مثلثان تطابقت العناصر الست للمثلث الأول مع العناصر الستة من المثلث الثاني.



الشكل رقم (42)

9.2. معايير تطابق المثلثات:

1. يتطابق مثلثان إذا تساوى طولا ضلعين والزاوية المحصورة بينهما من الأول مع مقابلاتها من الثاني.

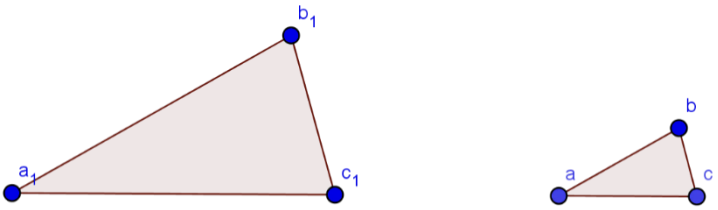
2. يتطابق مثلثان إذا تساوى طول ضلع وقياسا الزاويتين المجاورتين له من أحدهما مع مقابلاتها من الثاني.

نتائج:

- يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق الوتر وضلع قائمة من أحدهما مع مقابليهما من المثلث الآخر.
- يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق الوتر وزاوية حادة من أحدهما مع مقابليهما من المثلث الآخر.
- إذا تطابق مثلثان فالارتفاعان المتقابلان فيهما متطابقان، ويتطابق كل متوسط من أحدهما على مقابله في المثلث الآخر، وأيضاً يتطابق كل منصف زاوية في أحدهما مع مقابله في الآخر.

9.3. المثلثان المتشابهان:

هما مثلثان تساوت زواياهما وتناسبت أضلاعهما.



الشكل رقم (43)

ملاحظة:

- المثلثات المتطابقة متشابهة أما العكس فغير صحيح بوجه عام.
- المثلثان المشابهان لثالث متشابهان.
- المثلث المتطابقة مع أحد مثلثين متشابهين يشابه المثلث الآخر.

9.4. خوارزمية كتابة نسب التشابه:

فيما يلي طريقة مناسبة لكتابة علاقات التناسب بأسلوب صحيح بعد أن يتم إثبات تشابه المثلثات:

- يتم أولاً تحديد أزواج الزوايا المتساوية، فمثلاً بفرض أن المثلثين ABC، MNP مثلثان متشابهان، وأن الزوايا المتساوية هي كما يلي:

$$\hat{A} = \hat{M}, \qquad \hat{N} = \hat{B}, \qquad \hat{C} = \hat{P}$$

- نكتب المثلثين في سطرين، حيث تكون الزوايا المتساوية متقابلة عمودياً على النحو التالي: $\frac{ABC}{MNP}$

عندئذ تكون علاقات التناسب بين أطول الأضلاع هي:

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP} = k$$

إذا رمزنا بالرمز k إلى القيمة المشتركة لهذه النسب الثلاث نسميها نسبة التشابه وتحقق:

$$AB = k \times MN \quad , \quad BC = k \times NP \quad , \quad AC = k \times MP$$

9.5. معايير تشابه المثلثات:

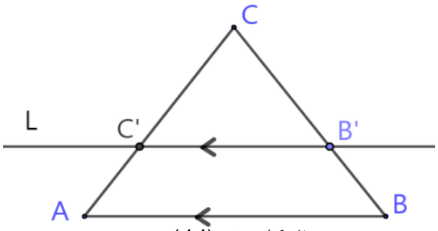
- يتشابه مثلثان إذا تساوت زاويتان من المثلث الأول مع الزاويتين الموافقتين لهما من المثلث الثاني.
- يتشابه مثلثان إذا تناسبت أطوال أضلاع أحدهما مع أطوال أضلاع الآخر.
- يتشابه مثلثان إذا تساوت زاوية في المثلث مع زاوية في مثلث آخر وتناسب الضلعان المجاوران لهذه الزاوية مع الضلعين المجاورين للزاوية الموافقة من الثاني.

نتائج:

- يتشابه مثلثان قائمان إذا تساوت زاوية حادة من الأول مع زاوية حادة من الثاني.
- يتشابه مثلثان قائمان إذا تناسب طولا الضلعين القائمتين من أحدهما مع طولي الضلعين القائمتين من الآخر.
- الارتفاع المتعلق بالوتر في المثلث القائم يقسمه إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي.

- المثلثات المتساوية الأضلاع متشابهة.
- يتشابه مثلثان متساويا الساقين إذا تساوت زاوية الرأس من أحدهما مع زاوية الرأس من الآخر.
- نسبة طولي متوسطين متقابلين في مثلثين متشابهين تساوي نسبة التشابه.
- نسبة طولي ارتفاعين متقابلين في مثلثين متشابهين تساوي نسبة التشابه.
- نسبة طولي منصفين لزاويتين متقابلين في مثلثين متشابهين تساوي نسبة التشابه.
- نسبة مساحتي مثلثين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه.

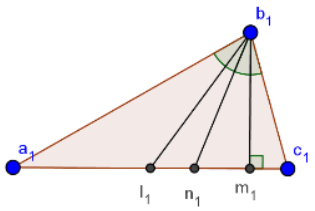
9.6. المبرهنة الأساسية في تشابه المثلثات:

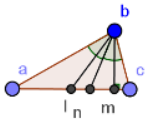


الشكل رقم (44)

المستقيم الموازي لإحدى أضلاع مثلث ولا يمر بالرأس المقابل لها فيقطع الضلعين الباقيتين أو امتداديهما مكوناً مثلثاً يشابه المثلث الأصلي.

تطبيق: اعتماداً على النتائج السابقة استنتج العلاقات المرتبطة بنسب التشابه في المثلثين السابقين.





التقويم:

أولاً: أجب بصح أو خطأ، مع التصحيح:

1. الارتفاع في المثلث هو العمود على الضلع في المثلث.
2. نقطة تلاقي الارتفاعات تقع خارج المثلث إذا كان منفرج الزاوية.
3. تتلاقى منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة هي مركز الدائرة المرسومة في المثلث.
4. يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابقت ضلع قائمة من أحدهما مع مقابلتها من المثلث الآخر.
5. المثلثات المتطابقة متشابهة والعكس صحيح.
6. الارتفاع المتعلق بالوتر في المثلث القائم يقسمه إلى مثلثين متشابهين.
7. محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذه الضلع.

ثانياً: أكمل العبارات الآتية:

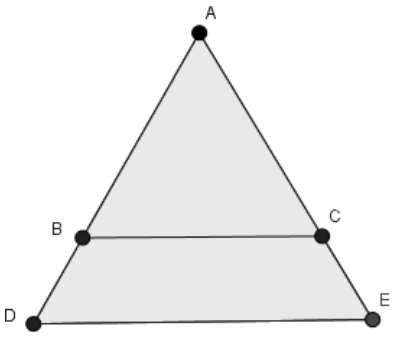
تتلاقى المستقيمات المتوسطة في المثلث.....

محور ضلع في مثلث هو: .....

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا .....

ثالثاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1. ليكن المثلثين ADE،ABC فيهما $BC//DE$ عندئذ:



أ. $\frac{AB}{AC}=\frac{BC}{AD}$. ب. $\frac{AD}{DE}=\frac{BC}{AC}$.

جـ . $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}$. د. $\frac{DC}{EB}=\frac{EA}{BC}$

2. يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق :

أ.وتر وزاوية قائمة ب. وتر وضلع قائمة. جـ. زاوية حادة د. زاوية الرأس

3. تتلاقى محاور أضلاع المثلث في نقطة:

A. متساوية الأبعاد عن رؤوس المثلث	B. مركز الدائرة المارة برؤوس هذا المثلث	C. مركز الدائرة التي تمس الدائرة داخلاً	D. الاجابتان A+B

4. جداء نصف مجموع طولي القاعدتين بالارتفاع هو قانون:

A. مساحة المثلث	B. مساحة شبه المنحرف	C. محيط متوازي الأضلاع	D. مساحة المعين

5. من أجل مثلثان ABC، DEF متشابهان حيث أن A=D , E=B, F=C فإن:

A. $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$	B. $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{EF}$	C. $\frac{AC}{BC}=\frac{DE}{DF}$	D. $\frac{EF}{BC}=\frac{AB}{DE}$

6. ليكن لدينا المثلث abc القائم في a، وdef القائم في d عندئذ المثلثان متشابهان إذا تحقق:

A. $\frac{ef}{de}=\frac{ab}{cb}$	B. $\frac{ab}{de}=\frac{ac}{df}$	C. $\frac{df}{fe}=\frac{ba}{ac}$	D. $\frac{cb}{df}=\frac{ac}{fe}$

7. مركز ثقل المثلث هو نقطة تلاقي:

A. الارتفاعات	B. المنصفات	C. المنصفات الخارجية	D. جميع ما سبق خطأ

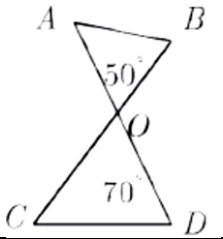
8. من أجل المثلثين في الشكل المجاور فإن:

21. الزاوية COD تساوي:

22. الزاوية DCO تساوي:

23. الزاوية BOD تساوي:

24. الزاوية COB تساوي:



9. تساوت زاويتان من المثلث الأول مع زاويتين من الموافقتين

A. 60	B. 130	C. 50	D. 180

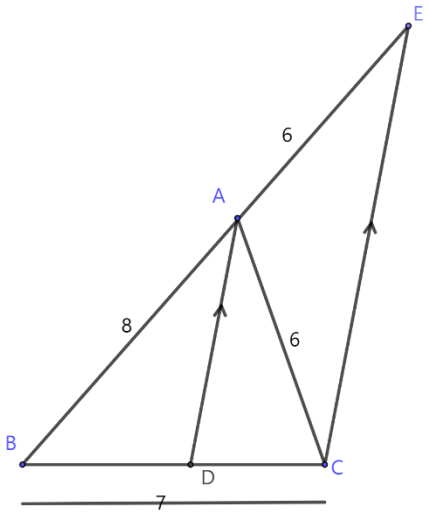
لهما من المثلث الثاني فإن المثلثين:

A. متطابقان	B. متساويان	C. الجواب A+B	D. متشابهان

رابعاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

في الشكل المجاور ABC مثلث أطوال أضلاعه كما في الشكل، D نقطة من BC، نرسم من C مستقيماً يوازي AD يقطع ممدد BA في النقطة E فإذا كان $AE = 6$ المطلوب:



a. احسب طول $[BD]$ ثم استنتج طول $[DC]$.

b. احسب كلاً من النسب $\frac{BA}{CA}, \frac{BD}{CD}$ وقارن بينهما.

c. أثبت أن $\widehat{DAC} = \widehat{ACE}$ و $\widehat{DAB} =$ $\widehat{CEA}$ ثم استنتج أن AD منصف الزاوية $\widehat{BAC}$.

المسألة الثانية:

ABC مثلث قائم في B فيه $4[AB]$= فإذا علمت مساحة المثلث تساوي $12.62m^2$ المطلوب احسب طول الضلع $[BC]$.

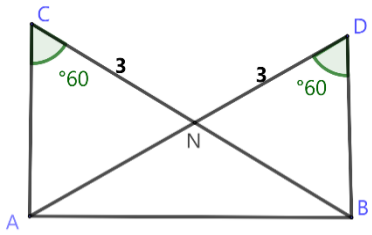
المسألة الثالثة:

EFG مثلث فيه $\hat{E} = 50°$، وقياس الزاوية $\hat{F}$ ضعفا قياس الزاوية $\hat{E}$.

1. احسب قياس كل من الزاويتين $\hat{F}$ و $\hat{G}$.
2. ما نوع المثلث EFG.

المسألة الرابعة:

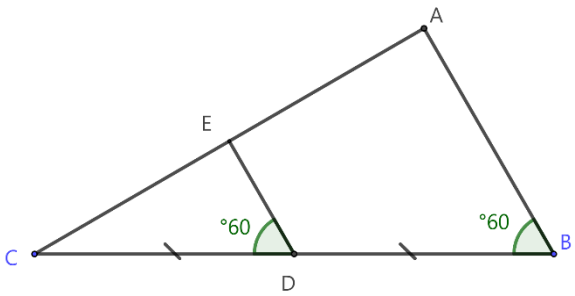
في الشكل المجاور:



1. أثبت تطابق المثلثين BDN و ACN.
2. أثبت تطابق المثلثين ABD و ABC.
3. ما نوع المثلث ANB.

المسألة الخامسة:

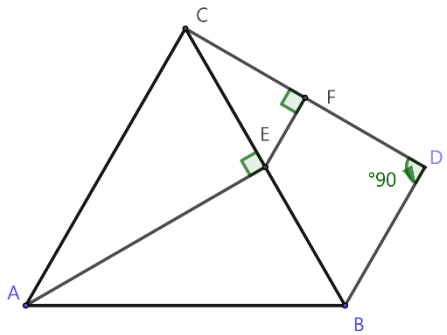
في الشكل المجاور ABC مثلث فيه D منتصف CB و E نقطة من AC، حيث $\widehat{EDC} = \widehat{ABC} = 60°$ ، $EC = 4$.



1. أثبت أن $ED//BC$.
2. أثبت أن E منتصف AC
3. اكتب النسب الثلاث المتساوية لكل من أضلاع المثلثين.
4. استنتج طول AC.

المسألة السادسة:

في الشكل المجاور ABC مثلث متساوي الساقين طول ضلعه 18، E منتصف CB، $AE \perp CB$، $CD = AE$، والمطلوب:

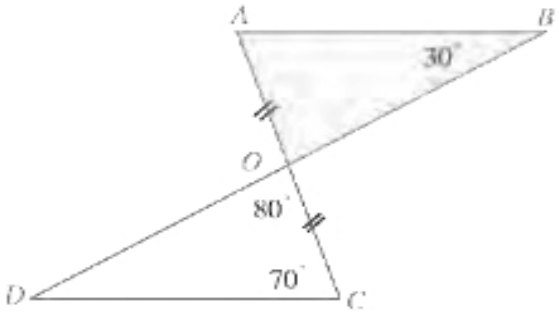


1. أثبت تطابق المثلثين CBD، AEB ثم استنتج طول BD.
2. أثبت أن $EF//BD$ ثم استنتج أن F منتصف CD.
3. احسب طول EF.

4. اكتب النسب الثلاث المتساوية لأضلاع كل من المثلثين CEF و CDB، ثم استنتج النسبة $\frac{CF}{CD}$.

المسألة السابعة:

تأمل الشكل المجاور وأثبت أن AB=CD



المسألة الثامنة:

أثبت صحة العبارة الآتية:

كل نقطة من محور قطعة مستقيمة تكون متساوية البعد عن طرفيها.

الفصل الخامس

المضلعات الرباعية

المضلعات المنتظمة

أهداف الفصل الخامس:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

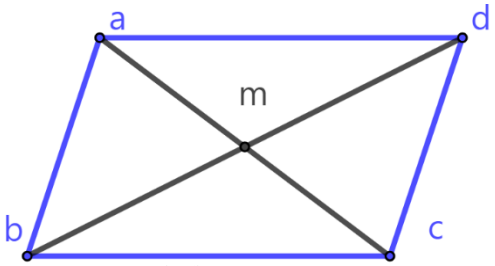
- يتعرف الاشكال الرباعية.
- يحدد خصائص الاشكال الرباعية.
- يطبق قوانين المساحة والمحيط في حل المسائل المشكلات المتعلقة.
- يتعرف التحويلات الهندسية.
- ينشئ الاشكال الهندسية الناتجة عن التحويلات الهندسية.

تعد المضلعات الرباعية من المفاهيم الهندسية الأساسية التي يتناولها منهاج الحلقة الأولى، ويقتصر تعليم المفاهيم في هذه المرحلة على تعرّف المضلعات الرباعية وخواصها وبعض القوانين المتعلقة بها كالمساحة والمحيط، وحل بعض المشكلات والمسائل التطبيقية الواقعية اليومية والمجردة، وفيما يلي عرض لهذه المفاهيم:

1. متوازي الأضلاع:

هو مضلع رباعي محدب فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

1.1. خواص متوازي الأضلاع:



الشكل رقم (45)

- كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول.
- كل ضلعين متقابلين متوازيان.
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان.
- كل زاويتين متجاورتين متكاملتان.
- قطراه متناصفان وغير متساويين بالطول بالضرورة ولا ينصفان زواياه بالضرورة.

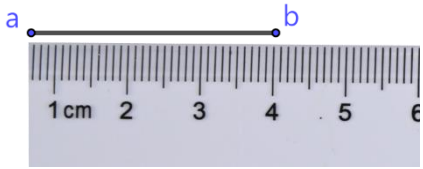
1.2. معيار متوازي الأضلاع:

- إذا تساير ضلعان متقابلان في رباعي كان متوازي أضلاع.
- إذا تكاملت كل زاويتين متتاليتين في رباعي كان متوازي أضلاع
- إذا تناصف قطرا رباعي كان متوازي أضلاع.

1.3. إنشاء متوازي أضلاع علم منه زاوية وطول ضلعين:

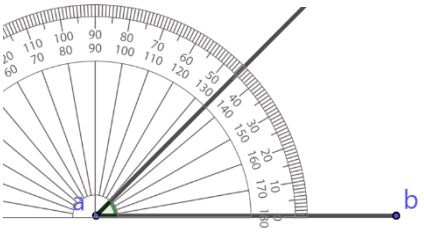
يمكن توضيح طريقة إنشاء متوازي الأضلاع عن طريق مثال، أنشئ متوازي الأضلاع $abcd$ حيث أن $a = 45°$ ، $ab = 4, ac = 3$

نرسم القطعة المستقيمة $ab = 4$.



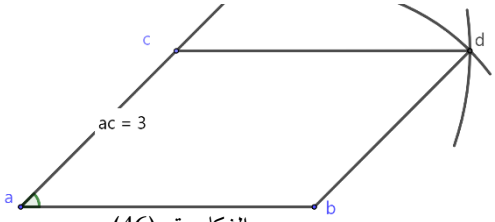
نرسم الزاوية ax بقياس $45°$

نعين على ax نقطة c حيث أن $ac = 3$



ثم نرسم قوس دائرة مركزها c ونصف قطره يساوي4،

نرسم قوس دائرة مركزها b ونصف قطره يساوي3.



الشكل رقم (46)

يتقاطع القوسان عند النقطة d نصل القطع المستقيمة ونحصل على المطلوب.

1.4. قانون محيط متوازي الأضلاع ومساحته:

يعطى قانون محيط متوازي الأضلاع بالقانون الآتي:

المحيط يساوي ضعف مجموع ضلعين متجاورين

$$R = 2 \times (ab + bc)$$

المساحة تساوي جداء الارتفاع بالقاعدة المتعلقة به

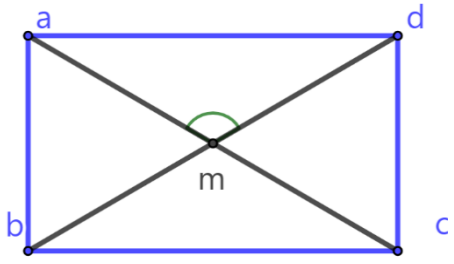
$$s = ab \times cc\grave{}$$

2. المستطيل:

هو متوازي أضلاع، إحدى زواياه قائمة.

2.1. خواص المستطيل:

- جميع زوايا المستطيل قائمة.
- قطرا المستطيل متناصفان ومتساويا الطول ولا ينصفان زواياه بالضرورة.



الشكل رقم (47)

- مركز الدائرة المارة من رؤوسه هو نقطة تقاطع قطريه.

2.2. معايير المستطيل:

- إذا تساوى القطران في متوازي الأضلاع كان الشكل مستطيلاً

2.3. قانون محيط ومساحة المستطيل:

يعطى قانون محيط المستطيل بالقانون الآتي:

المحيط يساوي ضعف مجموع الارتفاع والعرض

$$R = 2 \times (ab + bc)$$

المساحة تساوي جداء الارتفاع بالقاعدة المتعلقة به

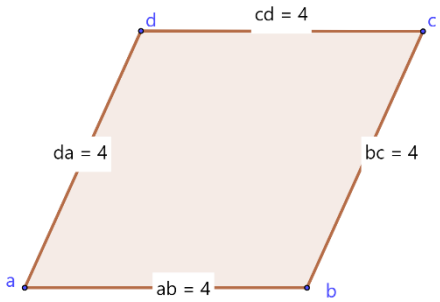
$$s = ab \times cc\grave{}$$

3. المعين:

هو متوازي أضلاع، فيه ضلعان متجاوران متساويا الطول.

3.1. خواص المعين:

- أطوال أضلاع المعين متساوية.
- قطرا المعين متناصفان ومتعامدان وينصفان زواياه وغير متساويي الطول بالضرورة.



الشكل رقم (48)

3.2. معايير المعين:

- إذا تعامد القطران في متوازي الأضلاع كان معيناً.
- إذا نصف أحد قطري متوازي الأضلاع إحدى زواياه كان معيناً.

3.3. قانون محيط ومساحة المعين:

يعطى قانون محيط المعين بالقانون الآتي:

المحيط يساوي أربعة أضعاف طول الضلع.

$$R = 4ab$$

المساحة تساوي جداء الارتفاع بالقاعدة المتعلقة به

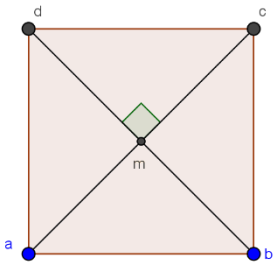
$$s = ab \times cc̀$$

4. المربع:

هو مستطيل بعداه متساويان، وهو مضلع منتظم.

4.1. خواص المربع:

- أطوال المربع متساوية.
- زوايا المربع قائمة.
- قطرا المربع متناصفان ومتساويا الطول ومتعامدان وينصفان زواياه.



الشكل رقم (49)

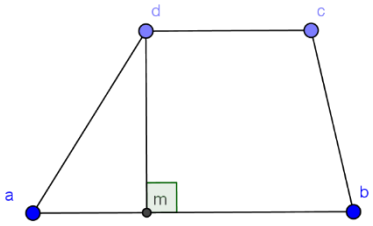
5. شبه المنحرف:

هو رباعي محدب فيه ضلعين متقابلين متوازيان.

يُصطلح على تسمية ab القاعدة الصغرى.

يُصطلح على تسمية cd القاعدة الكبرى.

البعد بين القاعدتين هو ارتفاع شبه المنحرف.

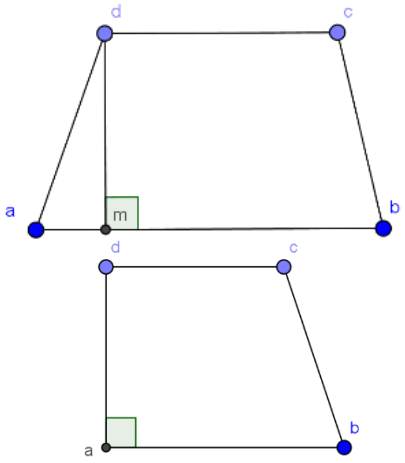


الشكل رقم (50)

5.1. أشكال شبه المنحرف:

5.1.1. شبه منحرف متساوي الساقين:

فيه $\hat{a} = \hat{b}$ و $[ad] = [bc]$



الشكل رقم (51)

5.1.2. شبه المنحرف القائم:

فيه $\hat{a} = 90^{\circ}$.

6. تعريف المضلع المنتظم: هو مضلع مستوٍ، أطوال أضلاعه متساوية وقياسات زواياه متساوية.

7. التحويلات الهندسية:

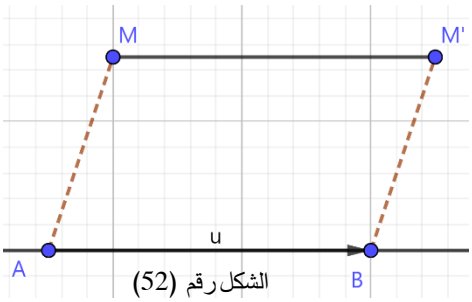
يبدأ تعليم التحويلات الهندسية في مرحلة التعليم الأساسي من خلال أمثلة حول التناظر إذ يتم تعليم رسم الأشكال المتناظرة من خلال طي الورقة ورسم الشكل المناظر له كرسم فراشة أو حرف M .... الخ، أي التناظر وفق مستقيم، والأمثلة حسية أو شبه حسية دون التطرق لعمليات إنشائية.

ثم يتم التطرق لتعريف الدوران والانعكاس والانسحاب ولكن بالمفهوم العام ومن خلال أمثلة واقعية.

وفي نهاية مرحلة التعليم الأساسي يتم التطرق للتعريف الدقيق ووفق التحويلات وفق محاور الاحداثية.

7.1. الانسحاب:

7.1.1. تعريف: ليكن $\vec{u}$ شعاعاً في المستوي، يُعرف الانسحاب وفق الشعاع $\vec{u}$ بأنه التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة $\grave{M}$ من المستوي والتي تجعل $\vec{u} = \overrightarrow{M\grave{M}}$



الشكل رقم (52)

ويرمز بالرمز $t_{\vec{u}}$ ونكتب $t_{\vec{u}}(M) = \grave{M}$.

وبتعبيرٍ ثانٍ أبسط:

النقطة $\grave{M}$ هي صورة النقطة M التي لا تنتمي إلى المستقيم AB وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة A إلى النقطة B يعني أن الرباعي $AB\grave{M}M$ متوازي أضلاع، وبالتالي القطعتان $A\grave{M}$ و BM متناصفتان.

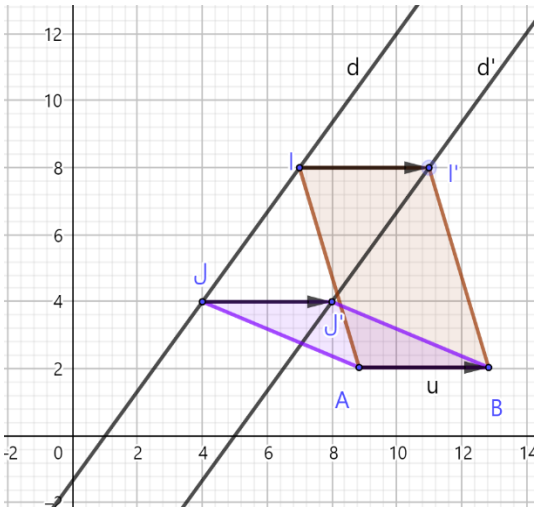
خاصية:

يحافظ الانسحاب على الأطوال، والاستقامة، وقياس الزوايا، والمساحات والاتجاهات.

7.1.2. إنشاء صورة مستقيم وفق انسحاب:

لتوضيح كيفية إنشاء صورة مستقيم وفق انسحاب، سيتم عرض المثال الآتي:

ارسم صورة المستقيم d وفق الانسحاب الذي ينقل النقطة A إلى النقطة B أي انسحاب وفق الشعاع $\overrightarrow{AB}$.



الشكل رقم (53)

نحدد نقطتين عشوائيتين من المستقيم d ولتكن I,J ثم نرسم النقطتين $\grave{I},\grave{J}$ صورتا النقطتين I,J على الترتيب وفق انسحاب الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

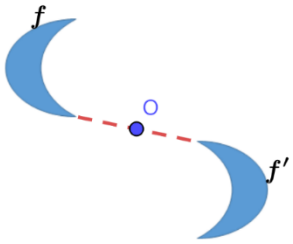
تعيين النقطتين $\grave{I},\grave{J}$ المستقيم $\grave{d}$ صورة المستقيم d وفق انسحاب الشعاع $\overrightarrow{AB}$.

استنتج صورة انسحاب مستقيم وفق شعاع يوازيه.

استنتج صورة انسحاب دائرة وفق شعاع $\vec{u}$.

7.2. التناظر:

7.2.1. التناظر المركزي:



الشكل رقم (54)

نقول إن الشكلين f ، f' متناظران بالنسبة إلى النقطة O إذا أمكن تطبيق أحدهما على الآخر بدوران نصف دورة حول O.

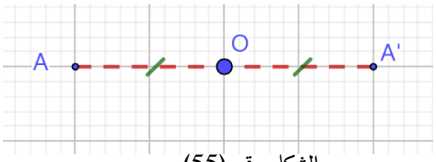
نسمي O مركز التناظر، وفي هذه الحالة يكون كل شكل منهما نظير الآخر بالنسبة إلى O.

يسمى التناظر بالنسبة لنقطة تناظراً مركزياً.

خاصة: يحافظ التناظر المركزي على الأطوال والزوايا والمساحات وخاصة الوقوع على استقامة واحدة، ولكنه لا يحافظ على الاتجاه.

إنشاء نظير مركزي:

1. **إنشاء نظير نقطة:**



الشكل رقم (55)

نظيرة النقطة A بالنسبة للمستقيم O هي النقطة A' التي تجعل O منتصف القطعة المستقيمة $[AA']$.

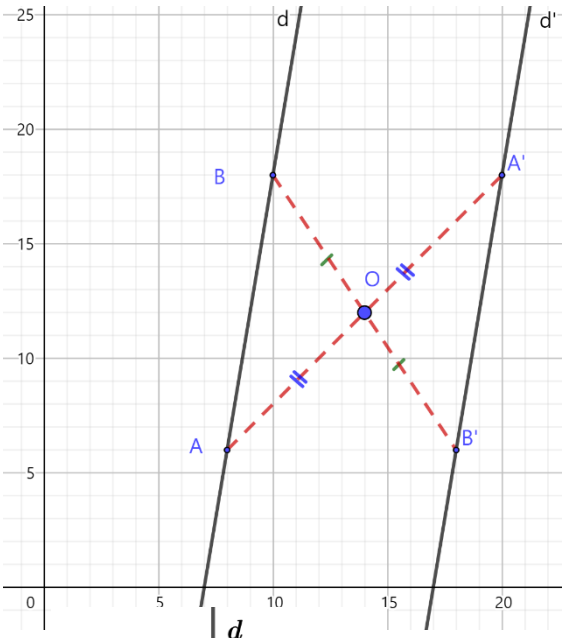
2. إنشاء نظير مستقيم:

لتوضيح كيفية إنشاء صورة مستقيم وفق تناظر، سيتم عرض المثال الآتي:

ارسم صورة المستقيم d وفق مركز تناظر O.

نحدد نقطتين عشوائيتان من المستقيم d ولتكن A, B ثم نرسم النقطتين A', B' صورتي النقطتين A, B على الترتيب وفق مركز تناظر O.

تعيين النقطتين A', B' المستقيم $\grave{d}$ صورة المستقيم d وفق مركز تناظر O.



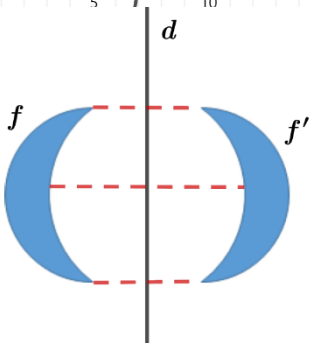
استنتج صورة دائرة وفق تناظر مركزي.

7.2.2. التناظر المحوري:

نقول إن الشكلين f ، f' متناظران بالنسبة إلى المستقيم d إذا أمكن تطبيق أحدهما على الآخر بطي الشكل حول المستقيم d.

نسمي d محور التناظر.

يسمى التناظر بالنسبة لمستقيم تناظراً محورياً.

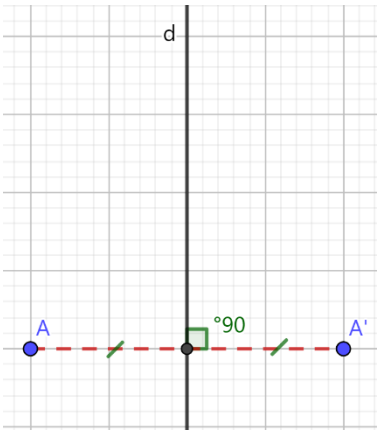


الشكل رقم (57)

إنشاء نظير محوري:

1. إنشاء نظير نقطة:

نظيرة النقطة A بالنسبة للمستقيم d هي النقطة A' التي تجعل d محور القطعة المستقيمة $[AA']$.



الشكل رقم (58)

2. إنشاء نظير مستقيم:

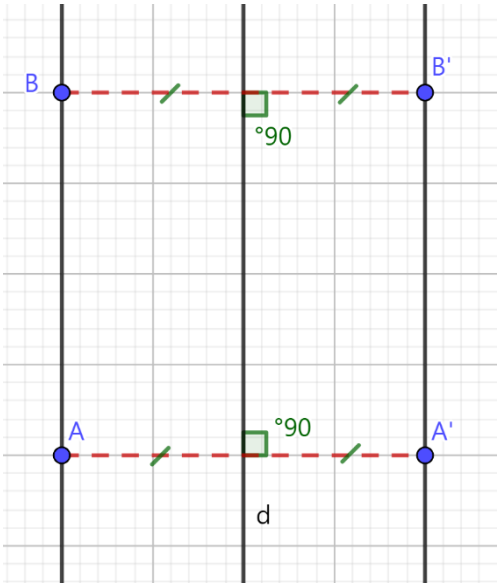
لتوضيح كيفية إنشاء صورة مستقيم وفق تناظر، سيتم عرض المثال الآتي:

ارسم صورة المستقيم A, B وفق محور تناظر d .

نرسم النقطتين A', B' صورتا النقطتين A, B من المستقيم على الترتيب وفق محور تناظر d .

تعيين النقطتين A', B' المستقيم $\grave{d}$ صورة المستقيم d وفق محور تناظر d .

استنتج صورة دائرة وفق تناظر محوري.



الشكل رقم (59)

التقويم:

أولاً: أجب بصح أو خطأ، مع التعليل:

1. قطرا المستطيل غير متناصفين، ومتساويا الطول.
2. من أجل مستطيل طوله 15 ومساحته 60 فإن عرضه 3.
3. قطرا المعين متناصفان وغير متعامدين وينصفان زواياه.
4. المعين متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويا الطول

ثانياً: اختر الإجابة الصحيحة:

1. قطراه متناصفان وغير متساويين بالطول بالضرورة ولا ينصفان زواياه بالضرورة:

E. مربع	F. مستطيل	G. متوازي أضلاع	H. معين

2. يبدأ التعرف على خصائص الأشكال الرباعية كافة في الصف:

A. الخامس	B. الثاني	C. الرابع	D. الإجابة A+B

3. من المضلعات المنتظمة:

A. مربع	B. مستطيل	C. معين	D. شبه منحرف

4. مضلع رباعي محدب فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان:

A. مربع	B. متوازي أضلاع	C. مستطيل	D. الإجابات A+B+C

ثالثاً: أكمل بما يناسب:

1. إذا كان قطرا ..... متعامدين كان معيناً.
2. إذا كانت أضلاع ..... متساوية الطول، كان معيناً.
3. إذا كان ضلعان متجاوران من ..... متساويي الطول، كان معيناً.
4. كل مستطيل هو .....
5. كل ..... هو معين.
6. كل معين هو .....
7. كل مربع هو .....وهو.....وهو.....
8. من خواص متوازي الأضلاع .....

رابعاً: حل المسائل الآتية

المسألة الأولى:

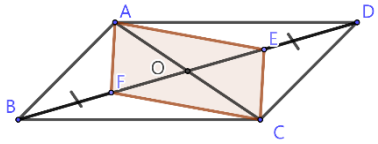
ABC مثلث، D منتصف $[AC]$.

1. ارسم الشكل.
2. ارسم من C المستقيم الموازي للمستقيم (AB) ولتكن H نقطة تقاطعه مع المستقيم (BD).
3. سمّ نظيرة كل من النقطتين $A\,,B$ بالنسبة للنقطة D.
4. استنتج أن الرباعي $ABCH$ هو متوازي أضلاع.

المسألة الثانية:

1. ارسم قطعة مستقيمة $[AB]$ بطول $5cm$.
2. عين H منتصف القطعة $[AB]$.
3. ارسم القطعة $[CD]$التي منتصفها H بطول $5cm$ على أن تكون $CHA = 60°$.
4. ارسم الرباعي $ACBD$.
5. ما نوع الرباعي$ACBD$ ؟ لماذا؟.

المسألة الثالثة:



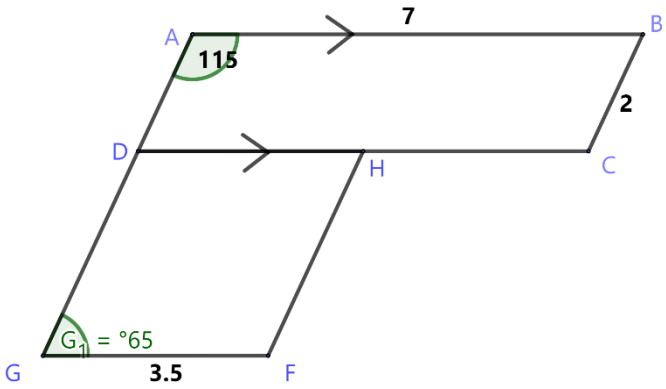
في الشكل المرسوم جانباً $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $BF = DE$ ، أثبت أن $AECF$ متوازي أضلاع.

المسألة الرابعة:

MBC مثلث متساوي الأضلاع، طول ضلعه $5cm$، A,D نقطتان تجعلان $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه M.

5. ارسم شكلاً.
6. أثبت أن $ABCD$ مستطيل.
7. عين $\grave{M}$ نظيرة M بالنسبة للمستقيم (BC).
8. برهن أن الرباعي $MB\grave{M}C$ معين.
9. عين النقطتين G,H نظيرتي B,M على التوالي بالنسبة إلى النقطة C.
10. أثبت أن الرباعي $MBHG$ مستطيل.

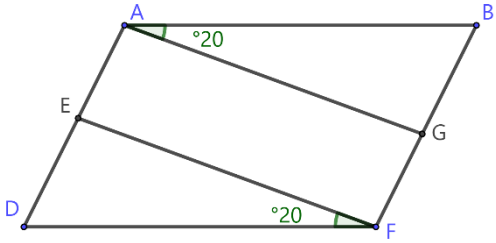
المسألة الخامسة:



في الشكل المجاور $ABCD$ متوازي أضلاع، و $DHFG$ معين، والمطلوب:

1. احسب طول كل من $[AG]$ و $[HC]$.
2. ما قياس الزاوية $\widehat{DCB}$؟ اكتب نوعها.
3. ما قياس الزاوية $\widehat{DHF}$؟ اكتب نوعها.

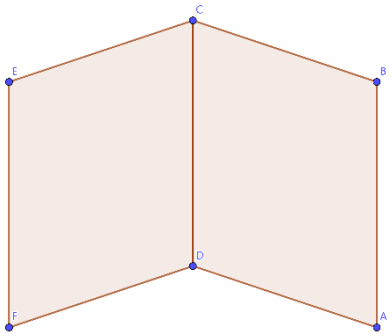
المسألة السادسة:



متوازي أضلاع $ABFD$ ، F صورة G وفق انسحاب ينقل A إلى E. المطلوب:

1. أثبت تطابق المثلثين EDF و ABG.
2. إذا علمت أن $\widehat{ABG} = 70°$، $\widehat{BAG} = 20°$، أثبت أن $AEFG$ مستطيل.
3. أثبت أن EG و DB متناصفان.

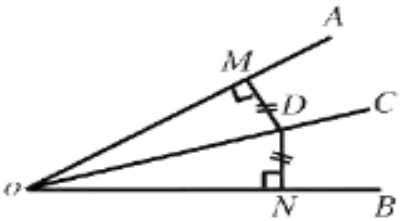
المسألة السابعة



متوازيا أضلاع فيهما $\hat{F} = 130^{\circ}$, $\hat{B} = 50^{\circ}$, $EF = 8$

المطلوب حساب طول AB ، قياس كلاً من $\widehat{DCE}$، $\widehat{CDA}$.

المسألة الثامنة



تأمل الشكل المجاور وأثبت أن OCمنصف الزاوية AOB

الفصل السادس

الدائرة

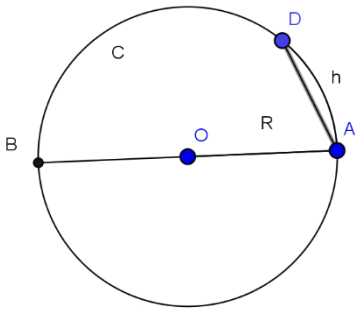
أهداف الفصل السادس:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

- يدرك المفاهيم الأساسية في الدائرة.
- يتعرف الوضع النسبي لدائرتين.
- ينشئ دائرة بطريقه صحيحه.
- يتعرف الزاوية المركزية والمحيطية.
- يتعرف العلاقة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية.
- يستخدم قون محيط الدائرة ومساحتها في حل المسائل والمشكلات.

الـــــــدائـــــــــرة

1. تعريفات أساسية في الدائرة:



الشكل رقم (60)

1.1. تعريف الدائرة: هي مجموعة نقط المستوي التي تبعد عن نقطة ثابتة منها أبعاداً متساوية.

تدعى تلك النقطة الثابتة مركز الدائرة.

وبعد كل نقطة من نقط الدائرة عن المركز نصف قطر الدائرة، ويرمز للدائرة التي مركزها النقطة O ونصف قطرها R بالرمز الدائرة $C(O,R)$.

1.2. القوس في الدائرة: هو جزء منها محدود بنقطتين متمايزتين مثلاً القوس $\widehat{AD}$

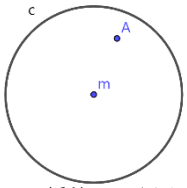
1.3. الوتر في الدائرة: هو كل قطعة مستقيمة محدودة بنقطتين مختلفتين من الدائرة مثل الوتر $[AD]$.

1.4. قطر الدائرة: هو كل وتر مار من مركزها مثلاً القطر $[AB]$ وإذا كان نصف قطر الدائرة R فإن طول قطر الدائرة يساوي $2R$.

ملاحظة:

- كل قطر في الدائرة يقسمها إلى نصفين.
- القطر في دائرة هو أطول أوتارها.

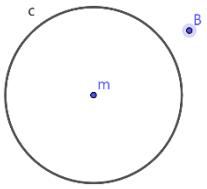
1.5. داخل الدائرة:



الشكل رقم (61)

هو مجموعة النقاط من مستوي الدائرة، والتي تبعد عن المركز بعداً أصغر تماماً من نصف قطرها كالنقطة A.

1.6. خارج الدائرة:



الشكل رقم (62)

هو مجموعة النقاط من مستوي الدائرة، والتي تبعد عن المركز بعداً أكبر تماماً من نصف قطرها كالنقطة B.

1.7. القرص الدائري:

هو الجزء من مستوي الدائرة والمكون من الدائرة وداخلها (كل نقطة منه تبعد عن المركز بعداً أصغر من نصف القطر أو يساويه)

نتائج:

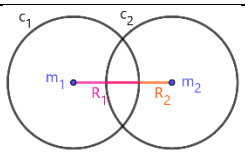
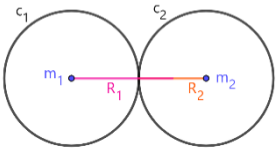
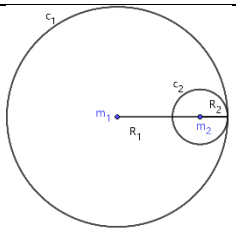
- تتساوى دائرتان إذا تساوي نصفا قطريهما
- يتساوى قوسان في دائرة إذا تساوى الوتران المحددان لهاتين القوسين

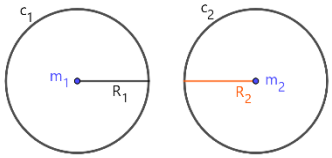
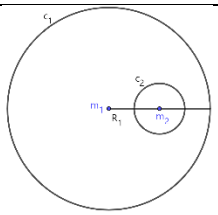
2. الوضع النسبي لدائرتين:

لمعرفة الوضع النسبي لدائرتين $C_1(O_1, R_1)$ ، $C_2(O_2, R_2)$، وبفرض أن $[O_1O_2] = h$ عندئذ نميز الحالات الآتية:

1. الحالة الأولى $R_1 + R_2 < h$ عندئذ الدائرتان متقاطعتان بنقطتين.
2. الحالة الثانية $R_1 + R_2 = h$ أو $R_1 - R_2 = h$ عندئذ الدائرتان متماستان بنقطة واحدة فقط إما خارجاً، أو داخلاً على الترتيب.
3. الحالة الثالثة $R_1 + R_2 > h$ عندئذ الدائرتان متباعدتان خارجاً.
4. الحالة الرابعة $R_1 - R_2 > h$ عندئذ الدائرتان متباعدتان داخلاً.

الجدول رقم (5) حالات أوضاع الدائرة

المعيار	اسم الحالة	الشكل الهندسي
$R_1 + R_2 > h$	الدائرتان متقاطعتان بنقطتين خارجاً	
$R_1 + R_2 = h$	الدائرتان متماستان بنقطة واحدة فقط خارجاً	
$R_1 - R_2 = h$	الدائرتان متماستان بنقطة واحدة فقط داخلاً	

	الدائرتان متباعدتان خارجاً	$R_1 + R_2 < h$
	الدائرتان متباعدتان داخلاً	$R_1 - R_2 > h$

3. إنشاء الدائرة:

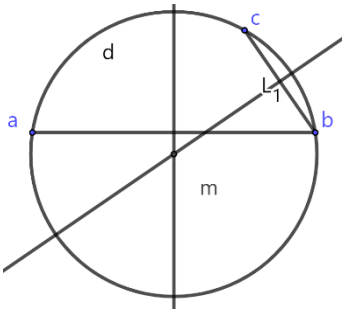
3.1. رسم دائرة تمر من نقطة مفروضة b

- نحدد مركز الدائرة وليكن m
- نثبت الفرجار في m ونفتحه بطول mb ونرسم الدائرة

3.2. رسم دائرة تمر من نقطتين مفروضتين c, b

- نصل بين النقطتين c, b
- نرسم محور القطعة المستقيمة cb (محور قطعة يبعد نفس البعد عن طرفيها)
- نثبت الفرجار في m ونفتحه بطول mb أو mc ونرسم الدائرة

3.3. رسم دائرة تمر من ثلاث نقاط مفروضة a, b, c



الشكل رقم (63)

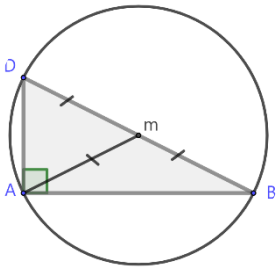
- نصل بين النقطتين a, b
- نرسم محور القطعة المستقيمة ab (وليكن L).
- نصل بين النقطتين $b\ , c$
- نرسم محور القطعة المستقيمة $b\ c$ (وليكن L_1)
- يكون مركز الدائرة (m) نقطة تقاطع المحورين L و L_1
- نثبت الفرجار في m ونفتحه بطول am أو bm أو cm ونرسم الدائرة

ملاحظات:

- من ثلاث نقاط على استقامة واحدة لا يمكن أن تمر أية دائرة

- لا يشترك أي مستقيم مع دائرة بأكثر من نقطتين

3.4. رسم دائرة تمر برؤوس مثلث قائم:

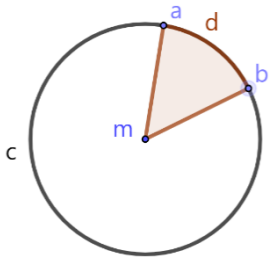


الشكل رقم (64)

- الخط المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم يساوي نصف الوتر وتكون نقطة التقاطع هي مركز الدائرة المارة من رؤوس المثلث
- نثبت الفرجار في نقطة التقاطع ونفتح الفرجار بطول am أو bm أو cm ثم نرسم الدائرة.

نتيجة:

- وصل أي نقطة من دائرة إلى طرفي القطر فيها فإن المثلث الناتج هو مثلث قائم في هذه النقطة
- التعليل: إذا كان الخط المتوسط في مثلث يساوي نصف الضلع المتعلق بها فإن المثلث هو قائم.



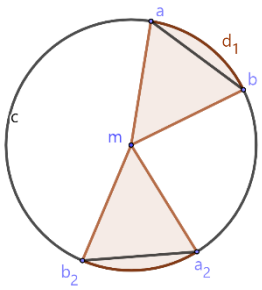
الشكل رقم (65)

4. الزاوية المركزية:

الزاوية المركزية هي زاوية ينطبق رأسها على مركز الدائرة.

تسمى القوس المحصورة بتلك الزاوية القوس المقابل للزاوية.

ملاحظة:



الشكل رقم (66)

القوسان المتساويتان في دائرة واحدة تقابلهما زاويتان مركزيتان متساويتان، وإذا كانت الأقواس متساوية فإن الأوتار المحددة بها متساوية وبالتالي فالمثلثان متطابقان وبالتالي فالزوايا متساوية.

الزاويتان المركزيتان المتساويتان في دائرة واحدة تقابلهما قوسان متساويتان.

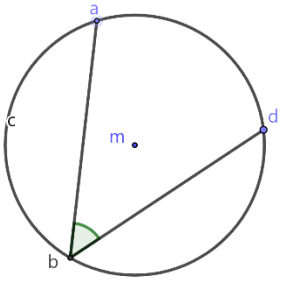
5. الزاوية المحيطية:

هي الزاوية الحاصلة من وترين مرسومين من نقطة واحدة على الدائرة.

نتائج:

الزاوية المحيطية تساوي نصف الزاوية المركزية المشتركة معها بالقوس

ونميز الحالات الآتية:



الشكل رقم (67)

5.1. الحالة الأولى: إحدى ضلعي الزاوية المحيطية قطر في الدائرة

المثلث bdm مثلث متساوي الساقين.

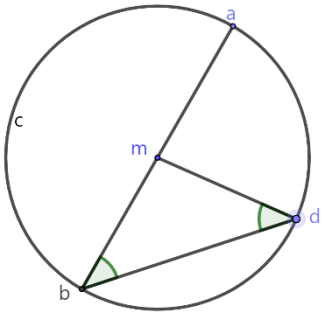
الزاوية d تساوي الزاوية b

الزاوية dma هي زاوية خارجية في المثلث bdm

وبما أن الزاوية الخارجية في مثلث تساوي مجموع الزاويتين الباقيتين فإن

dma تساوي الزاوية d + الزاوية b .

وبما أن الزاوية d تساوي الزاوية b . فإن dma تساوي ضعف الزاوية b.



الشكل رقم (68)

5.2. الحالة الثانية: مركز الدائرة يقع داخل الزاوية المحيطية

المثلثان bdm ، bma متساويا الساقين، فيهما :

$$\widehat{mdb} + \widehat{dbm} = \widehat{m_1}$$

$$\widehat{mba} + \widehat{bam} = \widehat{m_2}$$

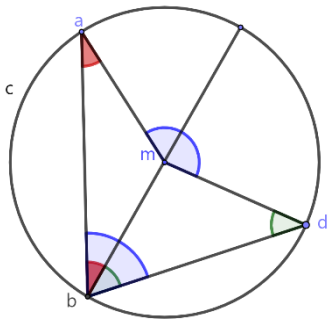
لكن $\widehat{mba} = \widehat{bam}$ ، $\widehat{mdb} = \widehat{dbm}$

إذاً:

$$2\widehat{dbm} = \widehat{m_1}$$

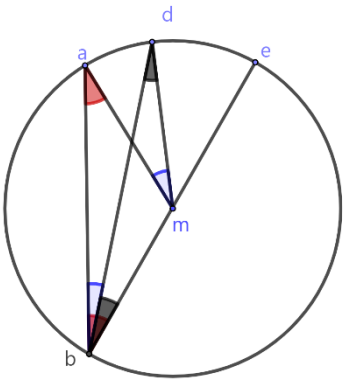
$$2\widehat{mba} = \widehat{m_2}$$

ومن ثم فإن: $abd = \frac{1}{2}m$



الشكل رقم (69)

5.3. الحالة الثالثة: مركز الدائرة يقع خارج الزاوية المحيطية:



الشكل رقم (70)

المثلثان bdm ، bma متساويا الساقين، فيهما :

$$\widehat{mdb} + \widehat{dbm} = \widehat{emd}$$

$$\widehat{mba} + \widehat{bam} = \widehat{ema}$$

لكن $\widehat{mba} = \widehat{bam}$ ، $\widehat{mdb} = \widehat{dbm}$

إذاً:

$$2\widehat{dbm} = \widehat{emd}$$

$$2\widehat{mba} = \widehat{ema}$$

بالطرح نجد: $2(\widehat{mba} - \widehat{dbm}) = \widehat{ema} - \widehat{emd}$

ومن ثم فإن: $\widehat{abd} = \frac{1}{2}\widehat{dma}$

نتائج:

1. الزوايا المحيطية المرسومة في دائرة واحدة والتي تحصر قوساً واحدة تكون متساوية.
2. الزوايا المحيطية التي تقابل أقواساً متساوية في دائرة واحدة تكون متساوية.
3. الزوايا المحيطية المتساوية في دائرة واحدة تقابلها أقواس متساوية.
4. الزوايا المحيطية التي تحصر قوس نصف الدائرة تكون قائمة.

6. قانون محيط ومساحة الدائرة:

المحيط يساوي ضعف حاصل جداء العددπ في نصف القطر

$$R = 2 \times \pi \times r$$

المساحة تساوي حاصل جداء العددπ بمربع نصف القطر

$$R = \pi \times r^2$$

التقويم:

أولاً: أجب بصح أو خطأ، مع التعليل:

نقول عن الزاوية إنها مركزية إذا كان رأسها يقع على محيط الدائرة.

ثانياً: أكمل العبارات الآتية:

الدائرة هي : .....

ثالثاً: اختر الإجابة الصحيحة:

من أجل دائرة قطرها 4 فإن محيطها يساوي:

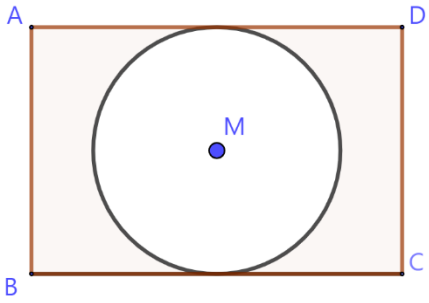
A. $\frac{3}{4}\pi$	B. 8π	C. π	D. 4π

هو كل قطعة مستقيمة محدودة بنقطتين مختلفتين من الدائرة:

A. قطاع دائري	B. قوس	C. قطر	D. وتر

رابعاً: حل المسألة الآتية:

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD$ مستطيل بعداه $BC = 30$، $AB = 20$ بداخله دائرة مركزها O ونصف قطرها OM.

1. احسب مساحة كل من المستطيل ثم الدائرة علماً أن $(\pi = 3.14)$.
2. استنتج مساحة الجزء المظلل.

الفصل السابع

المجسمات

أهداف الفصل السابع:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

- يتعرف المجسمات الشهيرة.
- يدرك الخصائص المختلفة لهذه المجسمات.
- يطبق قوانين الحجوم والمساحة للمجسمات في حل المسائل.

يستعرض هذا الفصل بعض مفاهيم المجسمات الواردة في مرحلة التعليم الأساسي وذلك من خلال الفقرات الآتية:

1. الموشور القائم:

نسمي $\dot{Q}, Q$ قاعدتي الموشور.

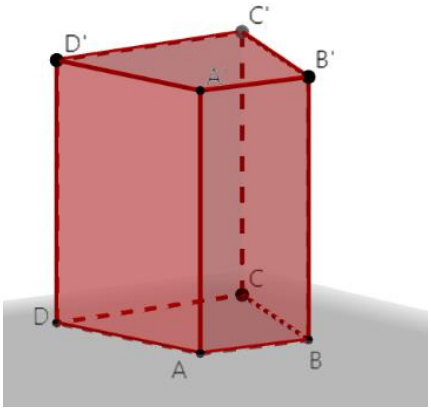
نسمي القطع ... $\grave{A}A, \grave{B}B, \grave{C}C, \ldots$ الأحرف الجانبية للموشور.

نسمي القطع ... $AB, BC, CD, \ldots$ أحرف الموشور.

نسمي المستطيلات ... $AB\grave{B}\grave{A}, BC\grave{C}\grave{B}, \ldots$ أوجه جانبية للموشور.

نسمي النقاط $A, B, C, D, \grave{A}, \grave{B}, \grave{C}, \grave{D}$ رؤوس الموشور، كل منها ملتقى ثلاثة أحرف.

نسمي كل قطعة مستقيمة بالموشور محددة برأسين لا يقعان في وجه واحد أو قاعدة واحدة بقطر الموشور.



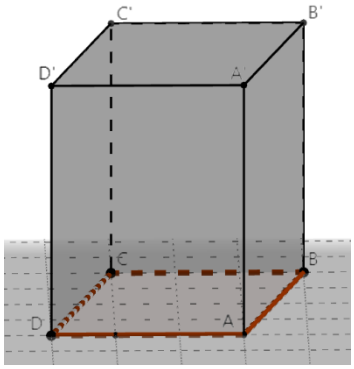
الشكل رقم (71)

حجم الموشور يساوي جداء مساحة القاعدة بالارتفاع.

$$V = h.S$$

2. متوازي السطوح القائم:

هو موشور قائم قاعدته متوازي أضلاع، نسميه اختصاراً متوازي سطوح.



الشكل رقم (72)

2.1. خواص متوازي السطوح:

- في متوازي السطوح كل وجهين متقابلين مستطيلات متوازيان وطبوقان.
- أقطار متوازي السطوح الأربعة تتقاطع في نقطة واحدة هي منتصف كل منها.

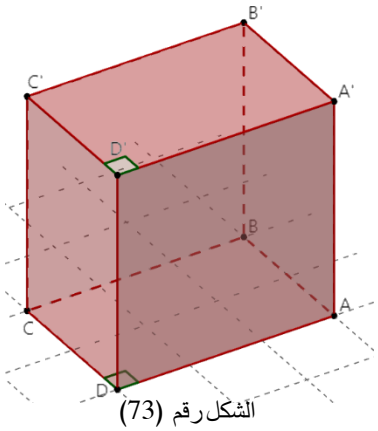
3. متوازي السطوح المستطيلة:

هو متوازي سطوح قاعدته مستطيل، نسميها اختصاراً متوازي مستطيلات.

3.1. خواص متوازي السطوح المستطيلة:

كل الأوجه الستة لمتوازي المستطيلات هو مستطيل.

- ندعو أطوال ثلاثة أحرف متلاقية في رأس واحد أبعاد متوازي المستطيلات ونرمز لها (x, y, z)
- الأقطار الأربعة في متوازي المستطيلات متساوية الطول.



الشكل رقم (73)

حجم متوازي السطوح يساوي حاصل جداء أبعاده الثلاثة (الطول، العرض، الارتفاع).

$$V = x.y.z$$

4. الموشور المنتظم:

هو موشور قائم قاعدته مضلع منتظم، فيه الأوجه الجانبية مستطيلات متطابقة، ومن أمثلته المكعب.

4.1. المكعب:

هو متوازي مستطيلات تساوت أبعاده الثلاثة.

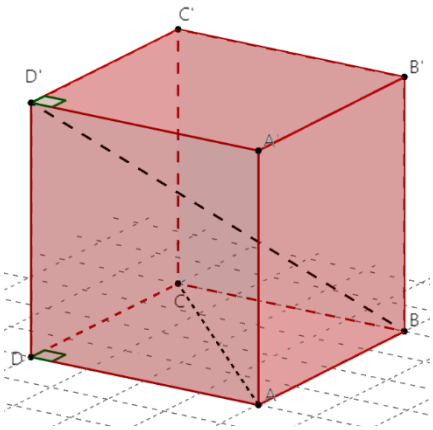
4.2. خواص المكعب:

الأحرف الاثنا عشر فيه متساوية الطول، وتسمي طول حرف المكعب.

الأوجه الستة في المكعب هي مربعات متطابقة

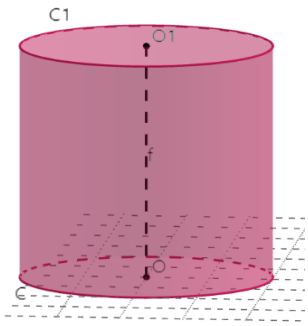
حجم المكعب يساوي طول حرفه مرفوعاً للقوة 3

$$V = a^3$$



الشكل رقم (74)

5. الأسطوانة الدورانية:



الشكل رقم (75)

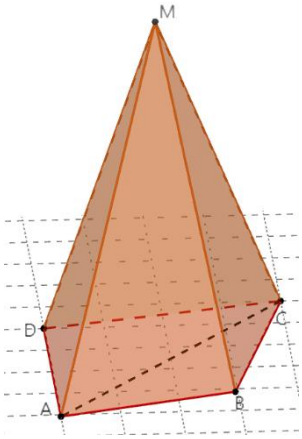
الدائرتان $(C, O), (C_1, O_1)$ تسميان قاعدتي الأسطوانة.

المستقيم OO_1 محور الأسطوانة يمر من مركزي قاعدتيها.

حجم الأسطوانة يساوي جداء مساحة القاعدة بالارتفاع

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

6. الهرم:



الشكل رقم (76)

نسمي M رأس الهرم.

نسمي المضلع التام Q قاعدة الهرم.

نسمي القطع المستقيمة MA, MB, MC, MD أحرف جانبية للهرم.

نسمي المثلثات MAB, MBC, MCD, MAD أوجهاً جانبية للهرم.

نسمي الهرم ثلاثياً أو رباعياً وفق عدد أضلاعه.

نسمي بعد الرأس M عن قاعدة الهرم $ABCD$ ارتفاعاً للهرم.

حجم الهرم يساوي ثلث جداء مساحة قاعدته بارتفاعه

$$V = \frac{1}{3} h.S$$

7. الهرم المنتظم:

هو هرم قاعدته مضلع منتظم ورأسه يقع على محور قاعدته.

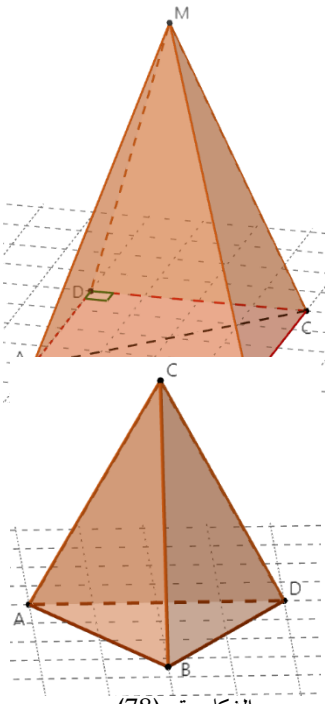
7.1. خواص الهرم المنتظم:

الأحرف الجانبية للهرم المنتظم متساوية الطول.

الأوجه الجانبية للهرم المنتظم مثلثات متساوية الساقين متطابقة.

ارتفاع كل وجه جانبي للهرم المنتظم مرسوم من رأس الهرم يسمى العامد.

8. رباعي الوجوه المنتظم:



الشكل رقم (78)

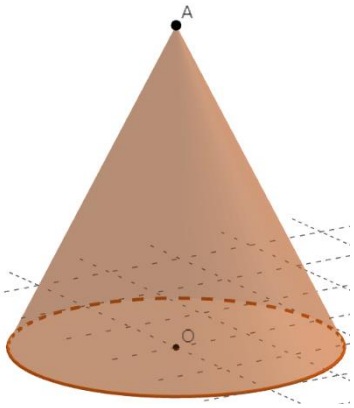
هو هرم ثلاثي منتظم، طول ضلع قاعدته يساوي طول حرفه الجانبي.

8.1. خواص رباعي الوجوه المنتظم:

الأحرف الستة متساوية الطول.

الأوجه الأربعة مثلثات متساوية الأضلاع ومتطابقة.

9. المخروط الدوراني القائم:



الشكل رقم (79)

نسمي الدائرة $P(O,R)$ قاعدة المخروط.

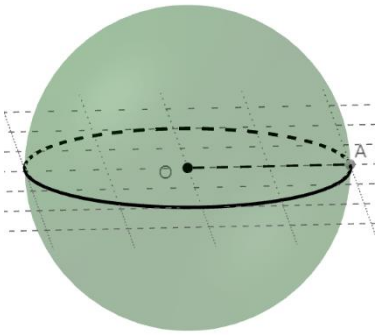
نسمي النقطة A رأس المخروط.

نسمي المستقيم OA محور المخروط.

حجم المخروط يساوي ثلث جداء مساحة قاعدته بارتفاعه

$$V = \frac{1}{3}h.\pi.r^2$$

11. الكرة:



الشكل رقم (80)

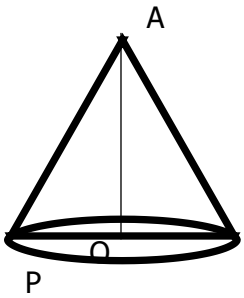
جميع نقاط الفراغ المتساوية البعد عن نقطة ثابتة O نسميها السطح الكروي، ونسمي النقطة الثابتة مركز السطح الكروي، والمسافة بين أي نقطة من السطح الكروي والمركز O نسميه نصف قطر السطح الكروي ويرمز له بالرمز R ويرمز للسطح الكروي بالشكل (O,R).

التقويم:

أولاً: أجب بصح أو خطأ، مع التعليل:

1. متوازي السطوح القائم هو موشور قاعدته مستطيل.
2. في متوازي السطوح كل وجهين متقابلين مستطيلات متوازية ومتطابقة.

ثانياً: أكمل العبارات الآتية:



3. خواص الهرم المنتظم ..... .
4. في الشكل الجانبي:
5. نسمي أ. AO بـ .....، ب. الدائرة (P,O) بـ.....
6. متوازي السطوح المستطيلة هو .....

ثالثاً: اختر الإجابة الصحيحة:

- في رباعي الوجوه المنتظم:

أ. الأحرف الجانبية متطابقة. ب. قاعدته مربع. جـ. الأوجه الجانبية فقط متطابقة.

- من أجل أسطوانة دورانية نصف قطرها r وارتفاعها h فإن حجمها

A. $V = 3 \times r^2 \times h$	B. $V = \pi \times r \times h$	C. $V = r^2 \times h$	D. $V = \pi \times r^2 \times h$

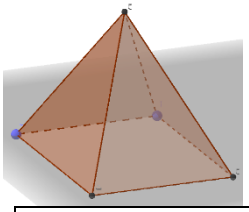
- حجم الهرم الذي عُلم ارتفاعه h ومساحة قاعدته يساوي:

A. $V = a^3$	B. $V = h.S$	C. $V = \frac{1}{3}h.S$	D. $V = \frac{1}{3}h.\pi.r^2$

- متوازي مستطيلات تساوت أبعاده الثلاثة:

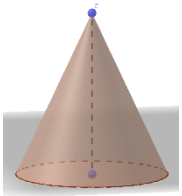
A. الأسطوانة الدورانية	B. مكعب	C. متوازي سطوح	D. موشور قائم

- الشكل المجاور:



A. أسطوانة	B. هرم منتظم	C. مكعب	D. رباعي وجوه

- الشكل المجاور



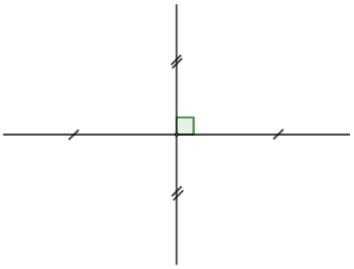
A. أسطوانة	B. هرم منتظم	C. مخروط دوراني	D. رباعي وجوه

رابعاً: حل المسائل الآتية:

ارسم مخروطاً دورانياً قائماً وعين عليه رأس المخروط ومحوره.

ارسم أسطوانة دورانية وعين عليها المحور والقاعدتين.

المسألة الأولى:



AC و DB قطرا الرباعي $ABCD$. $[BD] = 6$ ، $[AC] = 8$.

1. ما نوع الرباعي $ABCD$؟ علل إجابتك.
2. بفرض $ABCD$ قاعدة موشور قائم ارتفاعه 7. احسب مساحته الكلية وحجمه إذا علمت أن $[AB] = 5$.

المسألة الثانية:

موشور قائم قاعدته مثلث أطوال أضلاعه $(6,8,10\ cm)$ وارتفاعه $h = 12cm$.

1. احسب محيط قاعدة الموشور.
2. احسب المساحة الجانبية للموشور.
3. إذا علمت أن مساحة القاعدة $S_b = 24cm^2$، فاحسب المساحة الكلية للموشور.

الفصل الثامن

القياس

أهداف الفصل الثامن:

في نهاية الفصل على الطالب أن:

- في نهاية الفصل على الطالب.
- يتعرف مراحل تدريس القياس.
- يتعرف اهداف تدريس القياس في مرحله التعليم الأساسي.
- يستخدم النظام المتري في حل المسائل.

1. فهم القياس:

يتضمن القياس نوعين من الكميات، النوع الأول هو الكميات المنفصلة (القابلة للعد) كالأشخاص والأشجار والكتب والسيارات. والنوع الثاني هو الكميات المتصلة كالطول والزمن والكتلة ودرجة الحرارة، وهي كميات غير قابلة للعد.

وفهم القياس هو مسألة تدريجية تتطور مع الخبرات التي يمر بها التلاميذ، فنجد أن الأطفال وفي سن مبكرة قد طوروا مفهوما غير ناضج حول القياس، وأنهم يقارنون الأشياء المختلفة من حيث الطول والكتلة وغيرها وبالتدريج فإن مفهوم القياس يتطور لديهم من الحكم على المظهر إلى أن يصبح أكثر اكتمالاً وترابطاً ومنطقية، فعلى سبيل المثال فإن الأطفال لا يدركون خاصية ثبات الحجم ويظنون أن كمية السائل تتغير بتغير الاناء الموضوع فيه، فإذا كان الماء موضوعاً في إناء ما وصب في إناء آخر أطول وأقل اتساعاً، فإن الأطفال يظنون أن كمية الماء قد زادت، ذلك لأنهم يركزون على بعد واحد (الارتفاع في هذه الحالة) غير معتبرين أن البعد الآخر (الاتساع) قد قل.

ومن خلال الخبرة والتأمل، يكوّن الأطفال مفهوماً لوحدة القياس، يمكنهم من إجراء مقارنات أكثر دقة آخذين بالاعتبار عدد الوحدات التي تكون كمية معينة وليس مظهرها كما في المثال السابق، وفي العادة فإن الأطفال يكونون مفهوم وحدة الطول أولاً ثم المساحة وأخيراً الحجم.
يركز التدريس التقليدي على تعليم التلاميذ كيف يستخدمون أدوات القياس، وكيف يحفظون التحويلات من وحدة إلى أخرى، وهذا لا يساعد التلاميذ على اكتساب مفاهيم القياس ووحداته، وعلى العكس فإنه يؤدي إلى استخدام آلي للقياس وأدواته، لذلك وضع العلماء خطوات محددة لتعليم القياس يمكن توضيحها في ما يلي.

2. تدريس القياس:

سنناقش في هذا البند كيفية تدريس قياس الخواص الآتية، واشتقاق معادلات لبعض منها: الطول، والكتلة، والسعة، والزمن، والمساحة، والمحيط.
وقبل البدء في ذلك لا بد من عرض مفهومين أساسين في عملية القياس وهما:

2.1. الوحدات المعيارية واللامعيارية:

الوحدات المعيارية هي الوحدات المتعارف عليها عالمياً، التي تحمل المعنى نفسه عند الجميع، من أمثلتها:

1. المتر لقياس الطول.
2. المتر المربع لقياس المساحة.
3. المتر المكعب لقياس الحجم.
4. الكيلو غرام لقياس الكتلة.
5. اللتر لقياس السعة.
6. الدقيقة لقياس الزمن.
7. الدرجة المئوية لقياس درجة الحرارة.

أما الوحدات اللامعيارية فهي تلك التي كانت مستخدمة قديماً ولم تكن دقيقة ولم يكن هناك اتفاق حولها، ومن أمثلتها الشبر، والخطوة، والإصبع، والحفنة، والقصبة، والحزمة.

ويفضل أن يعطى التلاميذ الفرصة لإجراء القياسات بالوحدات اللامعيارية كالشبر والخطوة ومن ثم يتم تقديم الوحدات المعيارية، بعد خلق حاجة ماسة لاستخدامها، ويتم ذلك من خلال أنشطة خاصة بكل قياس.

2.2. مراحل تدريس القياس:

لقد حدد ويلسون ورولاند خمس مراحل لتدريس قياس كل خاصية، تمثل المراحل الثلاث الأولى مجتمعة (المرحلة المفاهيمية)، بينما تمثل المرحلتان الرابعة والخامسة "مرحلة الربط"، وفيما يلي ملخص هذه المراحل:

2.2.1. المرحلة الأولى تحديد الخصائص:

قبل كل شيء يحتاج التلاميذ إلى التمييز بين الخصائص وتعريفها بوضوح، كما يحتاجون إلى تحديد الخصائص القابلة للقياس في الأشياء المختلفة، وأفضل طريقة لمساعدة التلاميذ على تحقيق ذلك يكون في سياق حل المشكلات.

2.2.2. المرحلة الثانية المقارنة المباشرة:

والمقصود بالمقارنات المباشرة هو مقارنة شيئين دون استخدام أدوات أو وحدات قياس، ومثال ذلك مقارنة أطوال التلاميذ، ومقارنة أوزان كتب، ومقارنة سعات أواني مختلفة، ويكون الهدف من هذه المرحلة تعزيز مصطلحات القياس لدى التلاميذ (طول، وأطول، وأقصر، وكتلة، وأخف، وأثقل،...) على اعتبار أن التلاميذ يملكون مثل هذه المهارة قبل دخول المدرسة.

2.2.3. المرحلة الثالثة: المقارنة باستخدام الوحدات اللامعيارية:

في هذه المرحلة يجب مساعدة التلاميذ على الانتقال من طور المقارنة بالحكم على المظهر إلى المقارنة باستخدام وحدات القياس، ويتم هذا من خلال مسائل تتضمن مقارنات بين أشياء لا يمكن الحكم فيها على المظهر، مثل هذه المسائل تخلق الحاجة لدى التلاميذ إلى فهم وحدات القياس.

وفي هذه المرحلة يبدأ التلاميذ بفهم الخطوات الضرورية لإجراء القياس والمتمثلة في:

تحديد الخاصية المراد قياسها.

اختيار وحدة قياس ملائمة.

إجراء القياس: تحديد مقدار الخاصية المقيسة بالوحدات المستخدمة.

ذكر عدد الوحدات واسمها.

2.2.4. المرحلة الرابعة: الانتقال من الوحدات اللامعيارية إلى الوحدات المعيارية:

كما ذكر سابقاً فإن تدريس القياس يبدأ من خلال وحدات لا معيارية ثم ينتقل إلى الوحدات المعيارية.

إن المرحلة الثالثة السابقة تتضمن العمل في الوحدات اللامعيارية، مما يؤدي إلى أنه يدرك التلاميذ أن اختيار وحدات القياس هي مسألة عشوائية.

ومن الجدير بالذكر أنه يجب التركيز على التقدير بشكل كبير في المراحل الثانية والثالثة والرابعة، وفي هذا الصدد فإنه ينصح بمساعدة التلاميذ على تكوين مرجعيات لبعض المقاسات كما يلي:

أ. **الأطوال:**

1متر	ارتفاع شباك الغرفة، البعد بين الحافة السفلى للسبورة وأرضية الغرفة.
2متر	طول لاعب كرة السلة، ارتفاع باب الغرفة.
1سم	سمك كتاب الرياضيات (إذا كان ذلك صحيحا).
10 سم	عرض علبة الأدوات الهندسية.
1 ملم	سمك قطعة نقود.
1 كيلو متر	المسافة بين مكانين مألوفين في مدينة أو قرية التلميذ.
100 كيلو متر	المسافة بين مدينتين مألوفتين للتلميذ

ب. السعة

5 مليلتر	ملعقة دواء
1 لتر	سعة إناء ماء (خاص بالثلاجة)

ج. الكتلة

1غ	كتلة حبة فاصوليا (ناشفة)
1 كغ	كتلة 6 حبات بندورة
100 كغ	وزن شخص بدين نوعاً ما.

د. الزمن:

1 ثانية	الوقت اللازم لتقول "واحد" ببطء
1 دقيقة	الوقت اللازم للعد حتى 60
1 ساعة	وقت حصة ما قبل الاستراحة والاستراحة (في المدرسة)

2.2.5. المرحلة الخامسة: تطوير معادلات القياس:

وتخص هذه المرحلة الخواص التي يحتاج قياسها إلى معادلات خاصة كالمحيط والمساحة.

2.3. الإرشادات العامة حول تدريس القياس:

- يبدأ تعليم القياس بالقياسات التقريبية وليس الفعلية.
- يتم تعليم القياس بالإجراء الفعلي للقياس لا بالقراءة عنه.
- يبدأ تدريس قياس أي خاصية بإجراء مقارنات بين الأشياء (أطول، وأقصر، وأثقل، وأخف..).
- قياس الكميات المتصلة هو عملية تقريبية مهما بلغت دقة أداء القياس.
- هناك نوعان من القياس:

القياس المباشر: وهو الذي تستخدم فيه أداة القياس، كقياس طول الغرفة بالشريط المتري، أو قياس درجة حرارة الماء باستخدام ميزان الحرارة.

القياس غير المباشر: وهو الذي يتضمن قياساً عن طريق إجراء حسابات معينة (استخدام معادلات القياس) كإيجاد مساحة منطقة مستطيلة بضرب طولها في عرضها.

يجب التركيز على التحويل بين وحدات النظام الواحد وليس عبر الأنظمة في مرحلة التعليم الأساسي.

الوصول إلى درجة الدقة في القياس تأتي بالتدريج، ويجب تشجيع التلاميذ على الوصول إلى تلك المرحلة من خلال خلق الحاجة إلى ذلك.

للتمكن من القياس لا بد من أن يُسبق بفهم لمعنى القياس.

وقد حددت وزارة التربية من خلال المعايير الوطنية أهداف تدريس القياس يوضحها الجدول الآتي:

3. أهداف تعليم القياس:

بمجال القياس تم تحديد المعايير الآتية:

الجدول رقم (5) المعايير الوطنية في مجال تدريس القياس

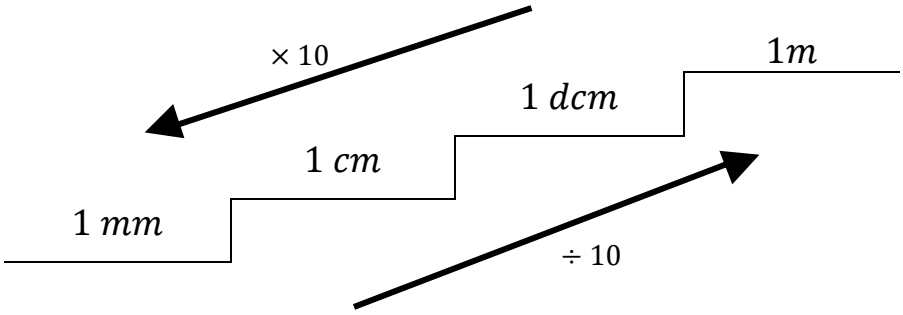
المجال	الصف الأول	الصف الثاني	الصف الثالث
القياس	• يقرأ ويكتب الوقت بالساعات • يستعمل وحدات قياس غير معيارية لقياس طول أشياء مادية. • تقدير الطول مستعملاً كلمة (تقريباً).	• يقرأ ويكتب الوقت بالساعات وانصافها • يقيس أطوال الأشياء بالسنمترات • يقارن الأطوال بالسنمترات يقارن الكتل بالكيلوغرام باستعمال العبارات (أكبر من 1 كيلو غرام، تقريباً 1 كيلو غرام، أصغر من 1 كيلو غرام).	• يقرأ ويكتب الوقت بالساعة وعشر دقائق و 20 دقيقة. • يتعرف الوحدة كيل ومتر • يستعمل الوحدات سم، م، كم في حل المسائل • يتعرف الوحدة الأساسية لقياس الكتل • يقدر ويقيس الكتلة بالكيلو غرام.
المجال	• الصف الرابع	• الصف الخامس	• الصف السادس
القياس	• يقرأ ويكتب الوقت بالساعات والدقائق. • يتعرف الوحدة دسم. • يستعمل الواحدات سم، دسم، كم، م في حل المسائل. • يتعرف وحدة الغرام. • يربط بين الغرام والكيلو غرام.	• يتعرف الوحدات المترية. • يحول بين المتر وأجزائه ومضاعفاته. • يحول بين المتر المربع وأجزائه ومضاعفاته. • يتعرف وحدة الوقت الثانية. • يقرأ ويكتب الوقت (بالساعة، الدقائق، الثواني).	• يتعرف الوحدات المترية المكعبة. • يحول بين المتر المكعب وأجزائه ومضاعفاته. • يربط بين الحجم والسعة. • يجمع الأزمنة ويطرحها.

4. النظام المتري:

4.1. وحدات الأطوال: رمزه m وهو الوحدة النمطية (المعيارية للطول) وهو أحد الوحدات الأساسية في المنظومة الدولية، وكان قد عرّف فيما مضى بدلالة طول قضيب من البلاتين محفوظ تحت ظروف ثابتة في باريس.

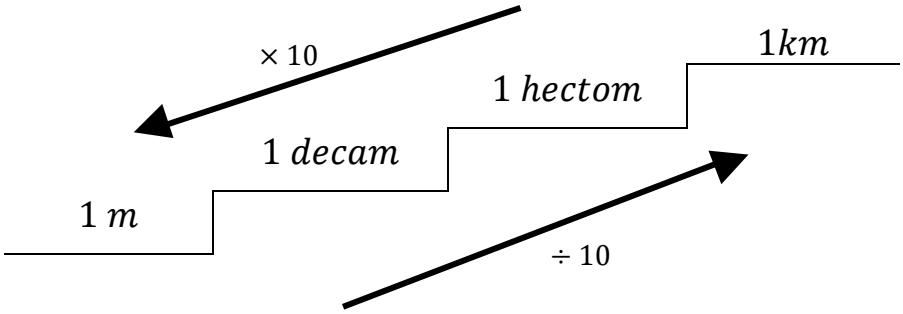
4.1.1. أجزاء المتر:

الديسيمتر $1m = 10\ dcm$، السنتيمتر $1m = 100\ cm$، الميليمتر $1m = 1000\ mm$



4.1.2. مضاعفات المتر:

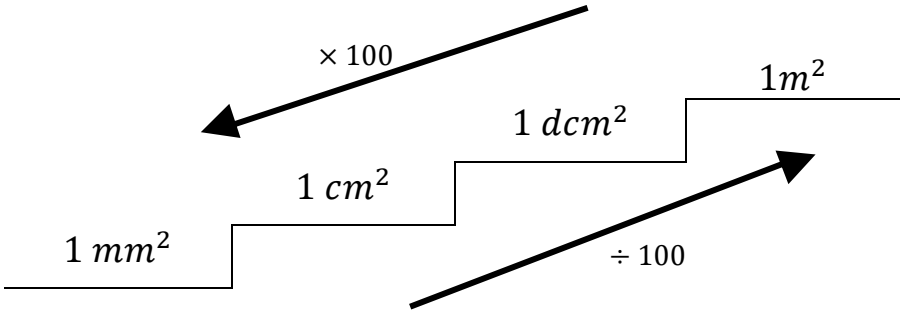
الديكامتر $1decam = 10\ m$، الهيكتومتر $1hectom = 100m$، الكيلومتر $1km = 1000\ m$



4.2. وحدات المساحة: المتر المربع هو مساحة مربع طول ضلعه $1m$

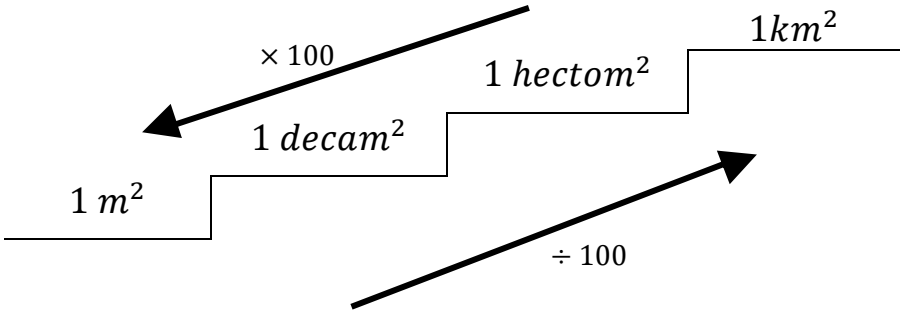
4.2.1. أجزاء المتر المربع:

الديسيمتر المربع $1m^2 = 100\ dcm^2$، السنتيمتر المربع $1m^2 = 10000\ cm^2$،
الميليمتر المربع $1m^2 = 1000000\ mm^2$



4.2.2. مضاعفات المتر المربع:

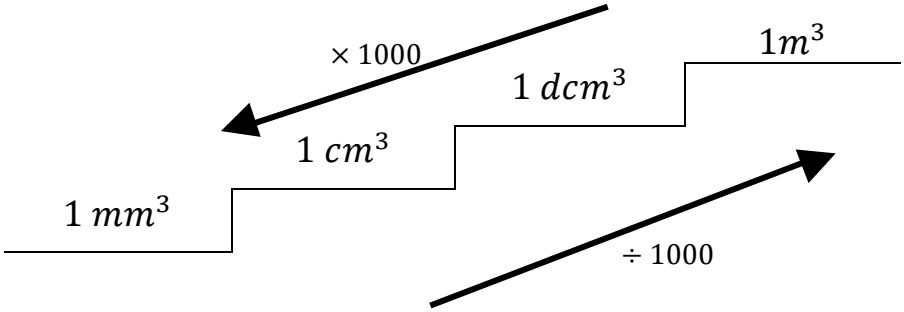
الديكامتر مربع $1decam^2 = 100\ m^2$،الهيكتومتر مربع $1hectom^2 = 10000m^2$،
الكيلومتر مربع $1km^2 = 1000000\ m^2$



4.3. وحدات الحجم: المتر المكعب هو حجم مكعب طول حرفه $1m$.

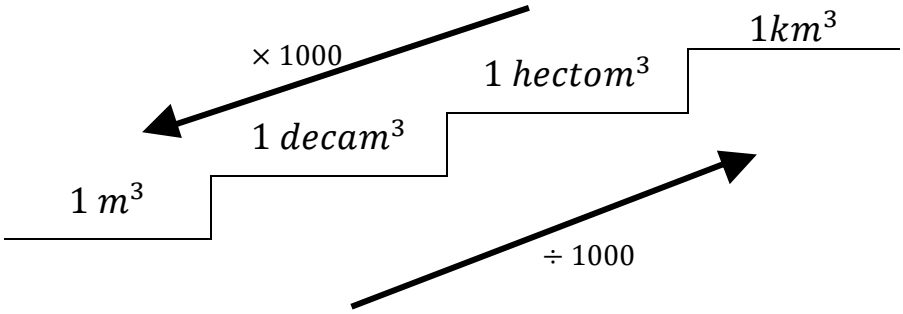
4.3.1. أجزاء المتر المكعب:

الديسيمتر المكعب $1m^3 = 1000\ dcm^3$، السنتيمتر المكعب $1m^3 = 1000000\ cm^3$،
الميليمتر المكعب $1m^3 = 1000000000\ mm^3$



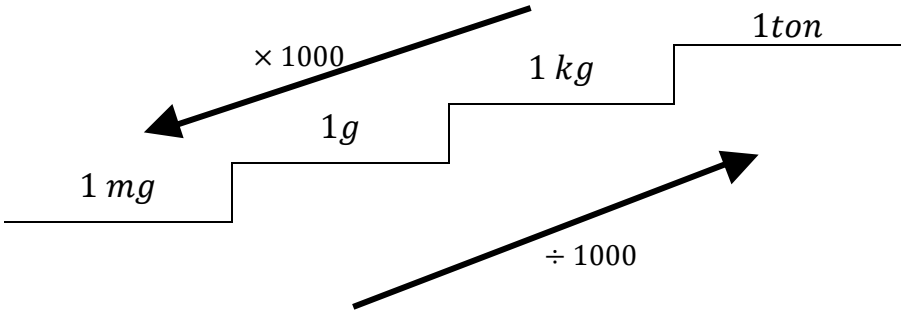
4.3.2. مضاعفات المتر المكعب:

الديكامتر مكعب $1decam^3 = 1000\ m^3$، الهيكتومتر مكعب $1hectom^3 = 1000000m^3$،
الكيلومتر مكعب $1km^3 = 1000000000\ m^3$



4.4. وحدات الكتلة: الوحدة الأساسية لقياس الكتلة هي الغرام ونرمز له بالرمز g، وهو عبارة عن كتلة $100\ cm^3$ من الماء

4.4.1. التحويل بين واحدات قياس الكتلة: من مضاعفات الغرام الكيلوغرام ونرمز له بـ (kg)، والطن يرمز له بـ (ton) وأجزاء الغرام ميليغرام يرمز له بـ (mg)

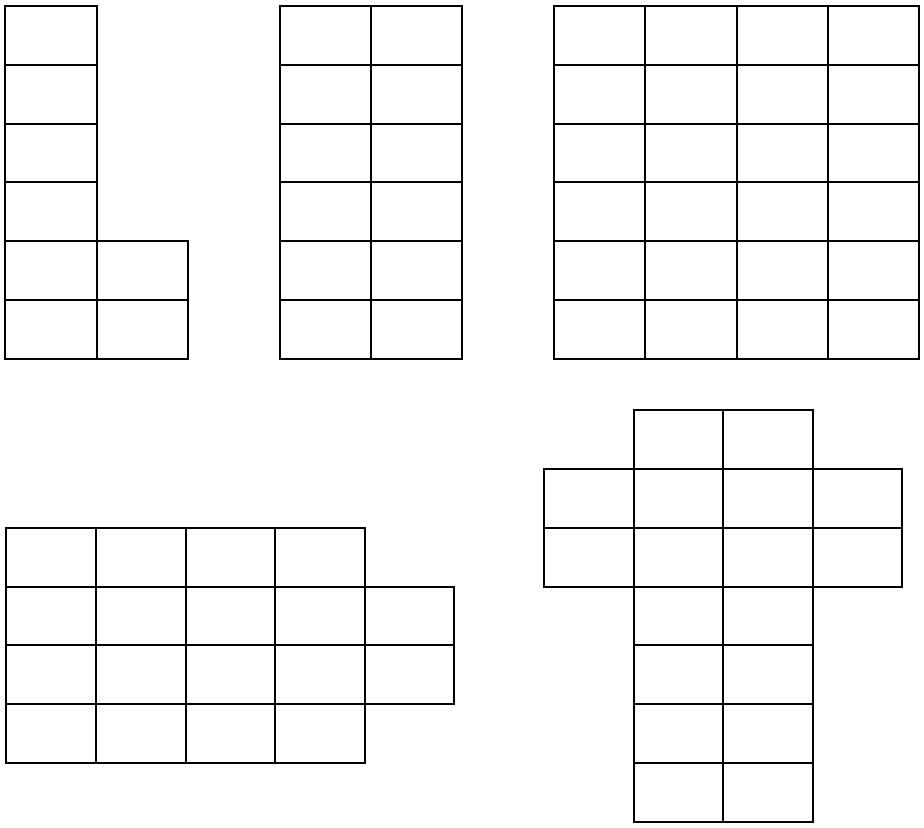


وبعد أن يتقن المتعلم وحدات القياس وكيفية استخدامها، لا بد أن ينتقل إلى مرحلة أعلى وهي استخدام المعادلات الحسابية دون الحساب المباشر، لكن كثيراً ما يواجه التلاميذ صعوبة في تذكر معادلات القياس (معادلة المحيط، ومعادلة المساحة...) ويعود ذلك إلى أن التدريس التقليدي لمعادلات القياس يركز على حفظ هذه المعادلات وتطبيقها آلياً دون إعطاء التلاميذ الفرصة لاكتشاف هذه المعادلات بأنفسهم.

سيتم استعراض في الفقرة الآتية الخطوات الممكنة لكيفية تطبيق هذه الخبرات.

5. تعليم مفهوم المساحة:

تقديم مفهوم المساحة قبل البدء بتدريس معادلات المساحة، لا بد من تعريف التلاميذ بمفهوم المساحة أولاً، وتعدّ أوراق المربعات وسيلة مناسبة لهذا الغرض، ويمكن للمعلم أن يقدم مفهوم المساحة عن طريق رسم بعض الأشكال الهندسية على ورق المربعات ويطلب من التلاميذ عد الوحدات المربعة التي تغطي هذه الأشكال، ومن ثم تتم تسمية مجموع هذه الوحدات بمساحة الشكل الهندسي ولتقويم اكتساب التلاميذ لمفهوم المساحة يمكن استخدام أنشطة تقويمية



مساحة المنطقة هي عدد المربعات بداخلها.

استناداً إلى أن المربع الواحد هو الوحدة القياسية للمساحة.

مساحة المنطقة المستطيلة والمنطقة المربعة:

بعد أن يكون التلميذ قد اكتسب مفهوم المساحة، فإنه من السهل أن نقوده إلى اكتشاف المعادلتين الخاصتين بمساحة المنطقة المستطيلة والمنطقة المربعة، من خلال أنشطة مختلفة كما يلي:

نشاط 1

يهدف هذا النشاط إلى مساعدة التلاميذ على اكتشاف معادلتي مساحة المنطقة المستطيلة ومساحة المنطقة المربعة:

باستخدام ورق المربعات، ارسم المستطيلات ذات الأبعاد التالية، ثم سجل مساحاتها في العمود المخصص لذلك في الجدول عن طريق عد المربعات المكونة للشكل.

الطول	العرض	المساحة
1	1	
1	2	
1	3	
1	4	
2	1	
2	2	
2	3	
2	4	
3	1	
3	2	
3	3	
3	4	

سؤال: ماذا تستنتج؟

مساحة المنطقة المستطيلة=

مساحة المنطقة المربعة=

ابحث عن أنشطة يمكن تطبيقها لاستنتاج مساحة المثلث، ومتوازي الأضلاع، ومحيط الدائرة، ومساحة الدائرة.

التقويم:

أولاً: حدد العبارة الخاطئة والصحيحة مع تصحيح الخطأ:

1. من الوحدات اللامعيارية المتر لقياس الطول.
2. يبدأ تعليم القياس بالإجراء الفعلي للقياس لا بالقراءة عنه.
3. حسب وثيقة المعايير الوطنية السورية لتعليم الرياضيات يبدأ تدريس مفاهيم قياس المحيط والمساحة في الصف الرابع
4. يقصد بالقياس المباشر أنه القياس الذي يستخدم فيه وحدات القياس.
5. يجب أن يركز التدريس في المرحلة الدنيا على الهندسة الشكلية.
6. من أجل مستطيل محيطه 25cm وطوله 30mm فإن مساحته تساوي 2800cm.
7. يعد الكليو غرام من الوحدات اللامعيارية.
8.

ثانياً: أكمل العبارات الآتية:

1. تتم المرحلة الثالثة لمراحل ويسلون ورولاند لتدريس للقياس وفق أربع خطوات هي.....
2. يقصد بالقياس المباشر.....
3. $725\text{mm} + 3802cm + 1904dcm + 8.3m =$
4. $130000cm^3 =\ldots\ldots dm^3$ $3hm^3 = 3000{,}000\ldots\ldots$
5. $5.056km =\ldots\ldots dm$ $18643mm^2 = 1.8643\ldots\ldots$

ثالثاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1. كل 32m يساوي:

أ. 320 mm ب. 340 cm جـ. 320cm د.3200cm.

2. كل 500 cm^2 يساوي:

أ. 50000 mm^2 ب. 5000 mm . جـ. 50 m^2 د. 0.5 m^2

3. ترتب القياسات الآتية 3000mm ,500cm, 50cm 2m تنازلياً كما يلي:

أ. 3000mm, 2m50cm, 500cm	ب. 2m50cm, 3000mm, 500cm
ج. 2m50cm, 500cm, 3000mm	د. 500cm, 2m50cm, 3000mm

4. من أجل مستطيل طوله 200 cm وعرضه 300cm فإنه مساحته:

أ. 60000 cm	ب. $6\ m^2$	ج. 600 m	د. $3200\ m^2$

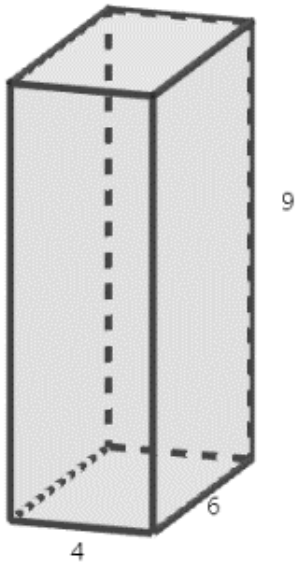
5. من الوحدات اللامعيارية:

أ. الشبر	ب. متر	ج. الكيلو	د. اللتر

رابعاً: حل المسألة الآتية:

المسألة الأولى:

خزان ماء على شكل متوازي المستطيلات أبعاده موضحة بالشكل جانباً:



1. احسب حجم الخزان.
2. هل يمكن أن يتسع الخزان لـ 250 لتراً من الماء؟ علل.
3. إذا ملأنا الخزان بـ 192 لتر من الماء احسب ارتفاع الماء في الخزان.

المراجع العربية والأجنبية:

إبراهيم، مجدي عزيز (٢٠٠٥): التفكير من منظور تربوي، الطبعة الأولى، عالم الكتب، القاهرة.

أبو زينة، فريد (1994): **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**، ط1، مكتبة الفلاح، الامارات العربية المتحدة.

أبو العباس، أحمد و العطروني، محمد علي (1986): تدريس **الرياضيات المعاصرة في المرحلة الابتدائية**، ط1، دار القلم، الكويت.

بدوي، رمضان (2003): **إستراتيجيات في تعليم وتقويم الرياضيات**، القاهرة، دار الكتاب.

حبيب، عبد الكريم (1996): **التفكير الأسس النظرية والإستراتيجيات**، النهضة المصرية، القاهرة.

حسين، هشام بركات (2012): فاعلية برنامج مقترح لتنمية مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الخامس عشر، ص 22– 50.

حمادة، محمد (2009): فاعلية شبكات التفكير البصري في تنمية مهارات التفكير البصري والقدرة على طرح المشكلات اللفظية في الرياضيات والاتجاه نحو حلها لتلاميذ الصف الخامس، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة حلوان.

الخطيب، محمد و عبابنة، عبد الله (2011): أثر استخدام استراتيجية تدريسية قائمة على حل المشكلات على التفكير الرياضي والاتجاهات نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السابع الأساسي في الأردن، **مجلة دراسات العلوم التربوية**، المجلد ، العدد1 .

جروان، فتحي عبد الرحمن (1999): تعليم التفكير، مفاهيم وتطبيقاي، الطبعة الأولى، عالم الكتب، القاهرة.

الرفاعي، أحمد (2001): إستراتيجية مقترحة لتنمية التواصل الرياضي والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف الخامس الإبتدائي، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة طنطا.

رياني، علي (2015): أثر برنامج قائم على عادات العقل في التفكير الإبداعي والقوة الرياضية لدى طلاب الصف الأول المتوسط بمكة المكرمة، **رسالة دكتوراه غير منشورة**، جامعة أم القرى، المملكة العربية السعودية.

المراجع

السر، خالد خميس (2015): درجة توافر أنماط التواصل الرياضي المتضمنة في كتب رياضيات الصفوف السابع والثامن والتاسع في دولة فلسطين، **مجلة جامعة الأقصى (سلسلة العلوم الإنسانية)**، المجلد التاسع عشر، العدد الثاني ص222-267.

سرور، نادية (2005): **تعليم التفكير في المنهج المدرسي**، عمان، دار وائل.

سلامة, حسن (2005): **اتجاهات حديثة في تدريس الرياضيات**، دار الفجر للنشر والتوزيع، القاهرة.

السواعي، عثمان (2004): **تعليم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين**، دبي، الإمارات العربية المتحدة، دار القلم للنشر والتوزيع.

سيد، هويدا (2017): **التواصل الرياضي والحس العددي وأساليب تنميتهم برياضيات المرحلة الإبتدائية**، عمان، دار الرسائل الجامعية للنشر والتوزيع.

الشقرة، مها محمد (2006): تقويم منهاج الرياضيات الحالي لتعليم الصم من وجهة نظر المعلمين في ضوء مهارات التواصل الرياضي الكتابي، **مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس**، مصر، ع ١١٣، ص: ١٢٢

الشمري، مها (2013): أثر استخدام المخططات الخوارزمية على تنمية مهارات التواصل الرياضي والتحصيل الدراسي لدى طالبات الصف الخامس الابتدائي بمدينة الرياض، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية العلوم الاجتماعية، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية.

طافش، إيمان (2011): أثر برنامج مقترح في مهارات التواصل الرياضي على تنمية التحصيل العلمي ومهارات التفكير البصري في الهندسة لدى طالبات الصف الثامن الأساسي بغزة، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة الأزهر، غزة.

الطنة، رباب (2008): تحليل محتوى منهاج الرياضيات للصف الثامن الأساسي في ضوء مستويات التفكير الهندسي لفان هايل، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية الجامعة الإسلامية، غزة.

الطويل, غالب محمد (1991): فعالية استخدام أسلوب دورة التعلم في تنمية التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة الثانوية, **رسالة دكتوراه غير منشورة**, تربية طنطا.

عبد الحليم, فتحي عبد الحليم (1994): علاقة التصور البصري المكافئ والإدراك الحسي الحركي بنتائج المباريات في رياضة المصارعة, **رسالة ماجستير غير منشورة**, كلية التربية الرياضية, المينا.

عبد الفتاح، ابتسام (2008): أثر استخدام إستراتيجية (فكر، زاوج، وشارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية"، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة الزقازيق، مصر.

عبيد، وليم (2004): **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافته**، عمان، دار المسيرة للنشر والتوزيع.

عصر، رضا مسعد السعيد (2006): مداخل تنمية القوة الرياضية، **ورقة عمل مقدمة إلى مؤتمر مداخل معاصرة لتعليم وتعلم الرياضيات**، المنعقد في ١٣ يونيو، القاهرة.

عفانة، عزو ونبهان، سعد (2003): أثر أسلوب التعلم بالبحث في تنمية التفكير في الرياضيات والاتجاه نحو تعلمها والاحتفاظ بهما لدى طلاب الصف التاسع الأساسي بغزة، **مجلة التربية العلمية**، العدد الثالث، الجمعية المصرية للتربية العلمية، جامعة عيين شمس، القاهرة.

عفانة، عزو إسماعيل(٢٠٠١):أثر استخدام المدخل البصري في تنمية القدرة على حل المسائل الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلبة الصف الثامن الأساسي بغزة"، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، **المؤتمر العلمي الثالث عشر**، دار الضيافة– جامعة عين شمس، المجلد الثاني.

العيد، وئام (2014): أثر تدريس وحدة مقترحة قائمة على استراتيجية Seven E,s في تنمية مهارات التواصل الرياضي في الهندسة والاحتفاظ بها لدى طالبات الصف التاسع الأساسي في غزة، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة الأزهر، غزة.

عيسوي، شعبان حفني والمنير، عبدالعليم (2008): برنامج قائم على التعلم التأملي للتغلب على قصور المهارات الرياضية قبل الأكاديمية وتنمية مهارات التواصل الرياضي لدى أطفال الروضة، **مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس**، مصر عدد ١٣٨ ، ص ص :٩٤-٤٤

فكري، جمال (1995): أنشطة القراءة والكتابة الرياضية ومدى استخدامها في تعليم الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، **مجلة كلية التربية بأسوان**، جامعة جنوب الوادي، عدد1، ص ص 219-246

القرشي، محمد (2012): درجة تمكن معلمي الرياضيات من مهارات التواصل الرياضي، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة أم القرى، المملكة العربية السعودية.

المراجع

كرم, حبيب (1993): المناهج الدراسية وتنمية مهارات التفكير, **مجلة التربية المعاصرة**, العدد10, ص189.

الكناني، حسن والكنعاني، عبد الواحد والباسري، سحر (2013): استراتيجية الاكتشاف الموجّه وأثرها في مهارات التواصل الرياضي، **مجلة البحوث التربوية والنفسية**، مركزه البحوث التربوية والنفسية، جامعة بغداد، العدد 67، ص77

مارزانو، روبرت دافردن (2004): أبعاد التفكير " ترجمة يعقوب حسين نشوان، محمد خطاب، الطبعة الثانية، دار الفرقان، عمان، الأردن.

مراد، محمود والوكيل، السيد أحمد (2006): فاعلية برنامج مقترح في الرياضيات قائم على الأنشطة التعليمية في تنمية مهارات التواصل والتفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، **مجلة تربويات الرياضيات الجمعية المصرية**، كلية التربية، جامعة بنها، العدد التاسع، ص ص1-168.

المركز الوطني لتطوير المناهج (2015): **منهاج الرياضيات لمرحلة التعليم ما قبل الجامعي**، وزارة التربية، الجمهورية العربية السورية.

مشيخي، نوال بنت غالب (2011): فاعلية برنامج تدريبي مقترح لتنمية مهارات معلمات الرياضيات في التواصل الرياضي بالمرحلتين المتوسطة والثانوية بمدينة تبوك، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة أم القرى

مصطفى، أحمد ماهر (2004): أثر أسلوب التعلم التعاوني على تنمية مهارات التواصل لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، جامعة المنوفية، مصر.

النحال، سهاد فخري (2016): أثر توظيف استراتيجية الرؤوس المرقمة معاً على تنمية مهارات التواصل ودافع الإنجاز في الرياضيات لدى طالبات الصف السابع الأساسي بغزة، **رسالة ماجستير غير منشورة**، كلية التربية، الجامعة الإسلامية، غزة.

نصر, محمد علي (2000): أساليب مقترحة لتفعيل مناهج كليات ومعاهد تكوين المعلم العربي في تنمية أنماط التفكير لدى الطلاب, **مؤتمر مناهج التعليم وتنمية التفكير**, المجلد الأول, ص20.

المراجع الأجنبية:

Baedody, A.J(1993). **Problem solving Reasoning and Communicating** , K-8helping children think mathematically Macmillan Putlishing company , New York.

Balas,A.K(1997). **The Mathematics and Reading connections** ",www.askeric,org:ERIC Digest , Ed432439.

Brown,T,(1994). Creating and Knowing Mathematics through Language and Experience **Educational Studies in Mathematics** vol.27,NO.pp(79-100).

Clements, D. H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. In J. V. Copley (Ed.), Mathematics in the early years (pp. 66-79). Reston, VA: **National Council of Teachers of Mathematics**.

Clements, D. H., &Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learnin**g (pp. 420-64). New York, NY: Macmillan.

Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. **Education Studies in Mathematics**, 74, 163-183.

Hannibal, M. A. Z. (1999). Young children's developing understanding of geometric shapes. **Teaching Children Mathematics**, 5(6), 353-357.

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry: Two sides of the coin. **Focus on Learning Problems in Mathematics,** 11(1), 61-76.

https://www.washingtonpost.com/news/speaking-of-science/wp/2016/01/28/clay-tablets-reveal-babylonians-invented-astronomical-geometry-1400-years-before-europeans/

Kinoski, Mary E. (2010). supporting Bilingual Learners to communicate mathematically. (**MAT Degree**), University of Nebraska, Lincoln.

Mason, M. M. (1989, March). Geometric understanding and misconceptions among gifted fourth-eighth graders. **Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association,** San Francisco, CA. ED 310922

Nicol,C.(1999). "Learning to Teach Mathematics: Questioning, Listening and Responding, **Educational Studies in Mathematics**, Vol. 37 , No .(3), PP45-66.

Phillips, E & Crespo, S. (1995): "**Math penpals! Developing written communication in mathematics**", ERIC Document, ERIC No: ED385439

Rosch, E. H. (1973). **Natural categories. Cognitive Psychology**, 4, 328-350.

Schwarz, J.C (1999). "**Vocabulary and its effects on Mathematics Instruction**", ERIC Document, ERIC No: ED 439017

Ümmühan Yeşil Dağlı, Erdoğan Halat. (2016) Young Children's Conceptual Understanding of Triangle. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**, 12(2), 189-202

التدقيق العلمي

أ.د. محمد مزيد دريباتي أ.د. محمد إسماعيل أ.د. منال صبري

التدقيق اللغوي

أ.د. أنس بديوي

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة لمديرية الكتب والمطبوعات في جامعة حماة